

PAN AMERICAN COLLEGE
OBSERVATORY PUBLICATION

THE SPECTRAL CLASSIFICATION OF B STARS
IN THE UBV SYSTEM

PART I

SPECIAL REPORT CONCERNING AN ASTRONOMICAL
DISCOVERY IN STELLAR PHOTOMETRY
SPONSORED BY THE NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

by

Hector R. Rojas
Research Associate of Pan American College Observatory
Doctor of the University of Paris

October, 1963

EDINBURG, TEXAS 78539

LRGV
QB
135
.R6

PAN AMERICAN COLLEGE
OBSERVATORY PUBLICATION

THE SPECTRAL CLASSIFICATION OF B STARS
IN THE UBV SYSTEM

PART I

SPECIAL REPORT CONCERNING AN ASTRONOMICAL
DISCOVERY IN STELLAR PHOTOMETRY

SPONSORED BY THE NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

by

Hector R. Rojas
Research Associate of Pan American College Observatory
Doctor of the University of Paris

October, 1963

EDINBURG, TEXAS 78539

LRGV
QB
135
.R6

For Reference

NOT TO BE TAKEN FROM THIS ROOM

Variación de las ganancias del amplificador :

La selección de los valores de la resistencia R ha sido hecha, en Infiernillo, según la calidad de las vibraciones sobre la cinta de papel del registrador. Así, pues, la misma selección del voltaje V está entonces íntimamente correlacionada a la primera.

En consecuencia, las ganancias G_v, G_b, G_u del amplificador serán valores muy bien definidos, a condición, como se dijo, de que tales ganancias estén correlacionadas a una selección meticolosa de la resistencia R .

El rango de la variación de R , en el curso de las observaciones hechas en Infiernillo, siempre ha ido de $R = 10^5$ hasta $R = 10^9$. Esto ha conducido a las ganancias G_v, G_b, G_u siguientes :

0 - 0.001 - 0.003 - 0.010 - 0.033 - 0.100 - 0.300 - 1.0 - 3.0 - 3.3 - 10.0 - 33.0

Puesto que son valores muy bien definidos, podemos entonces representar las variaciones G_v, G_b, G_u con valores fijos para el eje de las abscisas y, como eje de las ordenadas, los mismos valores pero expresados en magnitudes. Para reducir un poco la figura obtenida, se admitirá un valor de $\text{mag.} = 8$ para todas las G_v, G_b, G_u comprendidas entre 0 y 0.033.

Así, vemos que la respuesta del amplificador se divide en tres partes :

- 1o) - Ganancias G_v, G_b, G_u que corresponden a descartes **estrella-cielo** comprendidos entre 0.0 mag. y 3.8 mag.
- 2o) - Ganancias G_v, G_b, G_u que corresponden a descartes **estrella-cielo** comprendidos entre 3.8 mag. y 7.5 mag.
- 3o) - Ganancias G_v, G_b, G_u que corresponden a descartes **estrella-cielo** que son más pequeños que la 7.5 mag.

?Cuál es el significado de estas tres partes de la curva que representa la variación de las ganancias del amplificador ?.

Antes de responder a esta pregunta, es primero conveniente recordar lo que se había dicho sobre los puntos siguientes :

a) - Muchos astrónomos suelen mantener constantes a las desviaciones dI del cielo, mediante selección de los valores convenientes de la intensidad.

Eso tiene la ventaja de simplificar los cálculos pero, en realidad, las variaciones del cielo no quedan bien definidas. Es mejor proceder a la manera inversa, es decir, utilizar valores constantes de la intensidad para cada filtro, en forma de obtener las desviaciones correspondientes.

Nosotros tenemos un buen ejemplo, con las observaciones No. I de Abril (Sábado, 27 de Abril del 1963), donde un V/R constante para el cielo permite seguir sus variaciones con mayor fidelidad.

El cielo no estaba demasiado nublado desde la observación de la estrella standard λ Gem ($E=1$) hasta la observación de HD 63975 ($E=6$). En HD 64705 ($E=7$), en cambio, una nube cubrió a la estrella. Cuando esto ocurre, y puesto que la cantidad absorbida por la nube queda perfectamente determinada por la relación que conduce al descarte **estrella-cielo**, lo que se necesita saber es si la estrella no ha quedado completamente oculta al telescopio por la nube.

Tanto en HD 64705 ($E=7$), como en HD 65241 y HD 65396 ($E=8$ y $E=9$), o igualmente en HD 65804 y HD 65875 ($E=10$ y $E=11$), se ve claramente cómo las desviaciones dI del cielo indican las circunstancias bajo las cuales las observaciones fueron hechas.

La luz de la luna no había molestado tanto hasta la observación de la estrella HD 67725 ($E = 16$) .A partir de esta estrella y hasta la última de las observaciones del 27^{da} del 1963, el sector del cielo observado había quedado despejado durante cierto tiempo. Por consecuencia, dicho sector había quedado iluminado por la luna.

Se puede ver también, en estos últimos casos, en qué forma un V/R ^{constante} para la contribución del cielo da desviaciones que indican con nitidez las circunstancias nuevas y de efectos contrarios a las anteriores. Algunas veces, sin embargo, es mejor variar el V/R para el cielo cuando éste último está iluminado por la luna. Véase, por ejemplo, lo ocurrido con el filtro B en el caso de la estrella HD 71155 ($E = 20$) , donde dI resultó ser mayor que d2 debido al exceso de luz de luna. Una segunda lectura con el filtro B , en la cual se eligió un V/R más apropiado, ha permitido obtener una desviación del cielo más pequeña que la de la estrella.

De los casos expuestos, pues, se ve cuán importante es la constancia de V/R en lugar de la constancia de la desviación dI , puesto que es la mejor manera de seguir con mayor fidelidad a las variaciones del cielo en el curso de una misma noche de observación.

(b) - En ciertos métodos de reducción de datos se suele atribuir, a las ganancias G_v, G_b, G_u , valores en magnitudes arbitrarios. Puesto que en el desarrollo de las fórmulas tales cantidades arbitrarias quedan finalmente eliminadas, entonces se suele elegir valores en magnitudes elevados con el objeto de evitar los números negativos.

Este procedimiento, en verdad, limita el desarrollo de los cálculos por el hecho de que el papel desempeñado por las ganancias G_v, G_b, G_u no ha sido bien analizado. Si se emplea el método de los cuadrados menores para la reducción de los datos, por ejemplo, las limitaciones surgen según que las diferencias $X(\max.) - X(\min.)$ y $Cy(\max.) - Cy(\min.)$ sean mayores que ciertos valores predeterminados.

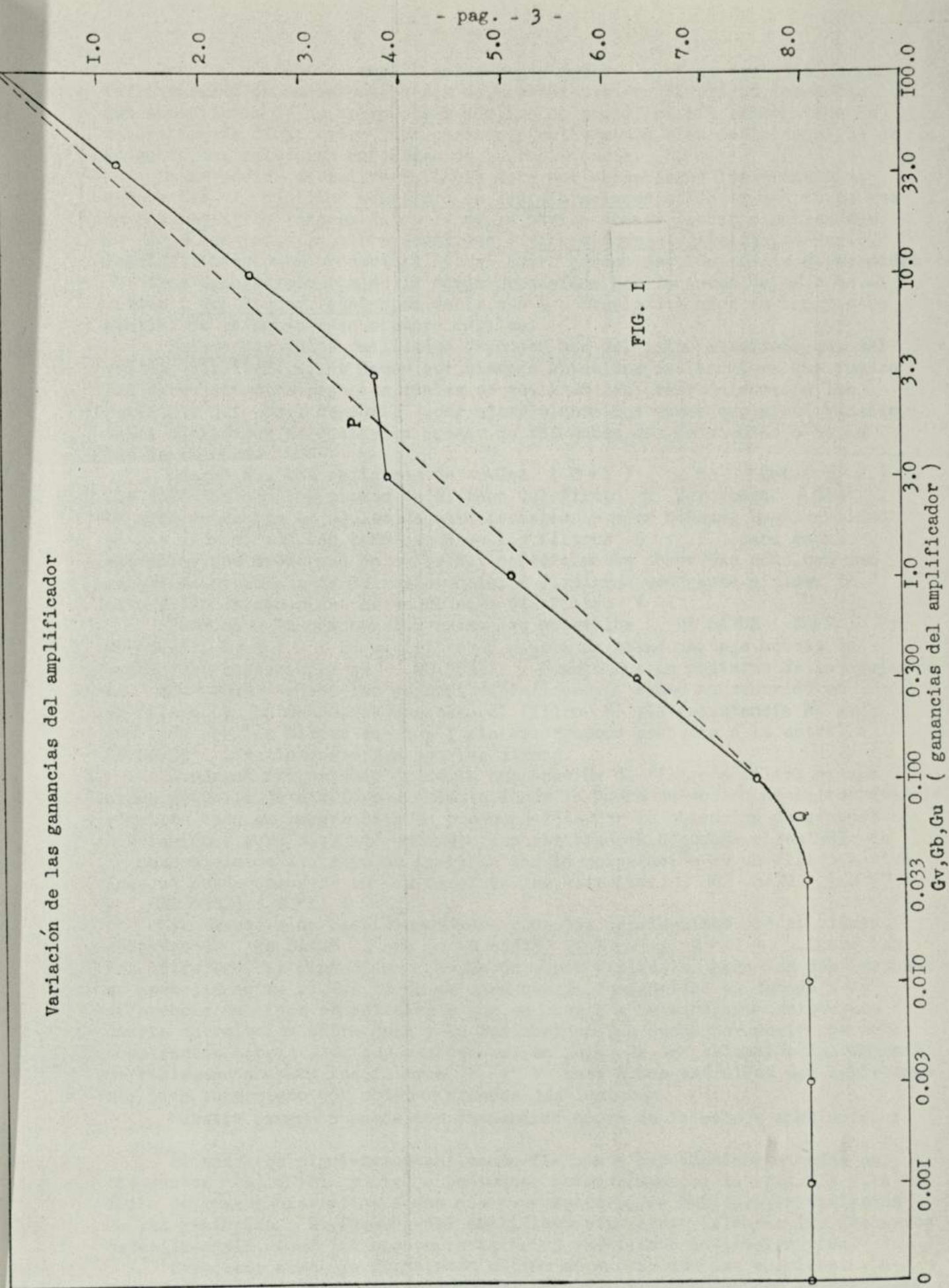
El análisis de los registros del No. I de Abril , por ejemplo, demuestra con elocuencia hasta qué punto las ganancias G_v, G_b, G_u contienen implícitamente las variaciones del tiempo, en el curso de las observaciones de una misma noche. Eso significa entonces que, en el cálculo de los Cy, Cu, V , nuevas fórmulas de reducción de datos deben ser preparadas y, en las cuales, las ganancias G_v, G_b, G_u lleguen a ocupar la verdadera plaza que les corresponde.

Las nuevas fórmulas serán expuestas más adelante. De esto último que se ha dicho, sin embargo, podemos sacar esta primera conclusión : Al respecto de los valores en magnitudes atribuidos arbitrariamente a las ganancias G_v, G_b, G_u , queda entonces demostrado que tal procedimiento es ciertamente erróneo. Nuestra segunda conclusión es ésta : No habiéndose hecho un análisis apropiado al respecto del papel que deben desempeñar las ganancias G_v, G_b, G_u , se comprende ahora fácilmente por qué la reducción de los datos quedaba sujeta a las limitaciones mencionadas más arriba.

(c) - Partiendo del principio de la linealidad de la respuesta del amplificador, y por las razones ya comentadas en el comienzo de este escrito, muchos astrónomos se han esmerado en obtener desviaciones tan grandes como fuese posible.

Con este procedimiento, pues, se ha negligido el hecho de que la vibración producida, y registrada sobre la cinta de papel, no depende necesariamente del voltaje utilizado pero mucho más del astro observado. Así, por ejemplo, se podrían hacer dos o tres lecturas para cada filtro, en la observación de un astro, mediante el empleo de intensidades diferentes. Nuestros resultados serían siempre satisfactorios si nos basamos exclusivamente sobre la linealidad de la respuesta del amplificador. Pero esto es solamente una apariencia, como lo veremos enseguida.

Variación de las ganancias del amplificador



Para un conjunto amplificador-registrador perfectamente calibrado, la linealidad de la respuesta nos da, ciertamente con fidelidad, los datos que necesitamos de un astro observado. Eso no significa, sin embargo, que la naturaleza de dicho astro haya quedado efectivamente bien definida, si no se ha hecho una selección cuidadosa de la resistencia.

La selección de tal resistencia debe ser hecha según los principios siguientes : cantidad coherente en las vibraciones, es decir, que no se vea en los registros lugares donde la aguja parece apenas vibrar mientras que, en otros lugares, ella vibre demasiado ; vibraciones muy nítidas, es decir, que las vibraciones producidas por el astro puedan ser fácilmente discernidas de otros desplazamientos de la aguja producidos por factores tales como el viento ; amplitudes iguales, es decir, que los desplazamientos en uno y otro sentido de la aguja sean siempre iguales.

Puesto que tales cualidades dependen más del astro observado que del voltaje utilizado, ellas deben ser siempre obtenidas cualesquiera que fuesen las circunstancias bajo las cuales se realizan las observaciones. En los registros del No. I de Abril , por ejemplo, nosotros vemos que, efectivamente, tales cualidades se mantienen apesar de las nubes, de los vientos o de la luz de la luna.

Comparemos los registros de λ Gem ($E=I$) y de ρ Gem ($E=2$) . Los voltajes son los mismos en el caso del filtro U pero, para λ Gem , ha sido necesario el empleo de otra resistencia para obtener buena calidad en las vibraciones. Los cambios entre los filtros B y V , para ambas estrellas, son mucho más notorios. Muy especialmente obsérvese como, con una selección apropiada de la resistencia, se discierne con tanta nitidez la naturaleza de ambos astros en el caso del filtro V .

Pasemos a la comparación entre las estrellas HD 64705 ($E=7$) y HD 6524I ($E=8$) . En el filtro U , para un mismo voltaje, hubo de cambiar la resistencia en HD 6524I puesto que la posición de la aguja, en $d_2 = 20.3$, daba las mejores vibraciones. Lo mismo ha ocurrido en el filtro V en donde, con respecto al filtro U , la resistencia ha sido cambiada por las mismas razones ; sin embargo, con respecto a la estrella HD 64705 , las intensidades son las mismas.

Queda, en fin, por hablar de la comparación de filtro a filtro en una misma estrella. Es aquí, especialmente, donde la buena selección de la resistencia adquiere toda su importancia. No preocupándose por la obtención de grandes desviaciones, pero buscando encambio una resistencia adecuada, el estudio de la naturaleza de un astro se facilita con la comparación de un filtro a otro. Esto se puede observar en los casos de las estrellas HD 64705 ($E=7$) y HD 65875 ($E=II$) .

Al respecto de las intensidades y de las desviaciones por sí mismas, comparemos HD 64705 con HD 65875 ($E=7$ y $E=II$) . Entre las dos estrellas, las ganancias Gv, Gb, Gu son desiguales pero las desviaciones se asemejan entre sí. Más tarde se verá que la desigualdad es debida a la diferencia de tipos espectrales y que, en cuanto a la semejanza, existe una cierta correlación entre ésta y la luminosidad. Aún queda por decir que esta comparación habría sido muy azardosa si, en lugar de una selección conveniente de resistencias para los filtros B y V para ambas estrellas, nos hubiéremos más bien interesado por obtener grandes desviaciones.

Nuestra pregunta puede ser respondida ahora de la manera siguiente :

Si nosotros siguiéremos aplicando fielmente las técnicas citadas en los puntos (a) , (b) y (c) , entonces obtendríamos, en la Fig. I3 , la recta de trazos discontinuos que nos representaría, en tal caso, la variación de las ganancias Gv, Gb, Gu del amplificador. En otras palabras, los descartes estrella-cielo tendrían una representación rectilínea in-interrumpida.

Pero, como hemos ya dicho, esto último no es más que una apariencia. La realidad es que existen dos intervalos P y Q que dividen la respuesta del amplificador en tres partes, muy bien definidas, y de las cuales ya hemos hablado anteriormente.

Ahora bien, ¿qué significan los intervalos P y Q ? .

En el intervalo Q están las magnitudes encontradas en U, B, V de las estrellas casi tan débiles como las contribuciones medidas del cielo en cada filtro respectivo. Obsérvese que el intervalo Q tiene una disminución rápida entre los valores 7.5 mag. y 8.0 mag. .

En el intervalo P, al contrario, están las magnitudes encontradas en U, B, V que son muy grandes con respecto a las contribuciones del cielo medidas en cada filtro respectivo. Nótese igualmente que en el intervalo P ocurre todo lo contrario a lo que ha sido visto en el intervalo anterior. Es decir, la disminución es muy lenta entre los valores que van de 3.8 mag. a 3.8I mag. .

Hemos todavía de preguntarnos esto :

¿ A qué es debido la existencia de estos intervalos ? . - ¿ Por qué existe una diferencia entre los dos ? .

Las respuestas son las siguientes :

I) - La existencia de ambos intervalos se debe a la conducta particular de ciertas estrellas.

II) - La diferencia entre ambos intervalos es debido al hecho de que tales estrellas manifiestan dicha conducta particular de dos modos diferentes.

Estos dos puntos (I) y (II) tienen una gran importancia para las nuevas discusiones. Nosotros tendremos la oportunidad de ver ahora, en efecto, cuáles son las estrellas que dan origen a los intervalos P y Q .

La utilidad de los datos sobre el tiempo

Es conveniente, antes de continuar, decir algo sobre la utilidad de los datos del tiempo. Esto es, ante todo, una información vinculada con la naturaleza del sitio donde se hacen las observaciones. Pero dicha información suele también ayudar en el proceso de la interpretación de los datos.

Se acostumbra hacer dos lecturas por día de la temperatura, con un descarte que es en general de 12 horas. Este descarte da una información bastante fiel del sitio, según las estaciones del año, por el hecho de que permite apreciar la diferencia de temperaturas, por ejemplo, entre la mañana y la noche. Una lectura intermedia, sin embargo, es muy recomendable.

Es esta lectura intermedia, en efecto, la que indica la constancia o la variabilidad del tiempo en el transcurso del día. Por consiguiente, con las tres temperaturas leídas diariamente, se puede estar en medida de saber cuál es la época del año más desfavorable para las observaciones.

Las lecturas diarias ~~diarias~~ de temperatura, en Infiernillo, se hacen a las 12 h.00, 18 h.00 y 0 h.00. No existe ninguna razón especial para la elección de tales horas. Ellas fueron seleccionadas por una conveniencia personal y nada más. Con las temperaturas, también se ha buscado en Infiernillo una información complementaria mediante las lecturas de la humedad a las mismas horas.

Esto se ha venido haciendo solamente por período de observación de cada mes del año, en lugar de día por día cada mes, debido a la situación particular presente del Observatorio de Infiernillo. Es decir, el Observatorio de Infiernillo es una instalación reciente y, hasta el momento de este escrito, nada ha sido completamente organizado todavía.

La Tabla III es sólo un ejemplo, de lo que se hace, a este respecto, durante cada período mensual de observación. Bueno es, por supuesto, hacer una conclusión general del tiempo que ha hecho en el transcurso de cada uno de tales períodos. Esto es hecho en la parte inferior de la Tabla III .

Table III
Infiernillo High Altitude Observatory

DAYS		The weather during April 1963					
		Temperature			Humidity		
		12. ^h 00	18. ^h 00	0. ^h 00	12. ^h 00	18. ^h 00	0. ^h 00
Monday	15	60° F	56° F	48° F	30 %	71 %	57 %
Tuesday	16	62 "	58 "	50 "	35 "	62 "	55 "
Wednesday	17	55 "	52 "	48 "	22 "	63 "	48 "
Thursday	18	62 "	60 "	53 "	33 "	59 "	56 "
Friday	19	50 "	44 "	42 "	20 "	62 "	40 "
Saturday	20	54 "	54 "	50 "	25 "	68 "	46 "
Sunday	21	56 "	54 "	46 "	23 "	75 "	48 "
Monday	22	52 "	50 "	42 "	20 "	73 "	46 "
Tuesday	23	72 "	59 "	52 "	42 "	95 "	66 "
Wednesday	24	58 "	54 "	44 "	30 "	83 "	50 "
Thursday	25	66 "	54 "	50 "	33 "	87 "	59 "
Friday	26	60 "	58 "	44 "	27 "	63 "	52 "
Saturday	27	65 "	46 "	50 "	23 "	100 "	62 "
Sunday	28	62 "	56 "	47 "	30 "	53 "	62 "
Monday	29	57 "	52 "	52 "	33 "	92 "	56 "
Tuesday	30	60 "	54 "	49 "	28 "	75 "	64 "

Remarks :

From April 15th to the 26th ,the weather has been very variable :

Beautiful mornings until 13 h.00 . Big storms from 13 h.00 until 15 h.00 and the hail fell every day between 15 h.00 and 17 h.00 . Then the evenings were partially cloudy and windy until 2 h.00 in the morning.

The situation was a little better from the 27th to the 30th , although the observations had to be done with moonlight.

But this is,after all,the usual weather during the spring at Infiernillo.

The observer : Héctor R. Rojas.

Como información al respecto del sitio,nosotros vemos que,durante el mes de Abril del 1963,las temperaturas y porcentajes de la humedad son casi las mismas para cada hora en particular yendo de un día a otro.De una lectura a otra,para un mismo día,los cambios son aparentemente importantes.Pero la comparación entre los días,sin embargo,hace ver que se trata,en verdad,de una evolución constante.Viendo el mes del año,en efecto,uno se apercibe inmediatamente que tal evolución es una manifestación de la primavera en esa altura.

En cuanto a la ayuda en la interpretación de los datos,las informaciones de la Tabla III ,en lo que se refiere al día 27 de Abril,explican fácilmente las circunstancias bajo las cuales se hicieron las observaciones esa noche.En otras palabras,el aspecto de los registros del No. I de Abril corresponde bien a las informaciones de la Tabla III .

Number 1 of April - Saturday, 27 April 1963

Photometric Standard = κ Gem

$\alpha = 7^h 41^m$ $\delta = +24^\circ 31'$ H.A. = $1^h 56^m$ L.C.T. = $20^h 42^m$ S.T. = $9^h 37^m$ $X = 1.125$

$C_y' = 0.544$

$E = 3$

$C_u' = -0.626$

Filter V:

$d_1 = 15.5$

$d_2 = 53.8$

$d_2 - d_1 = 38.3$

$dv = 1.042$

$v' = 9.042$

Filter B:

$d_1 = 18.1$

$d_2 = 41.3$

$d_2 - d_1 = 23.2$

$db = 1.586$

$b' = 9.586$

Filter U:

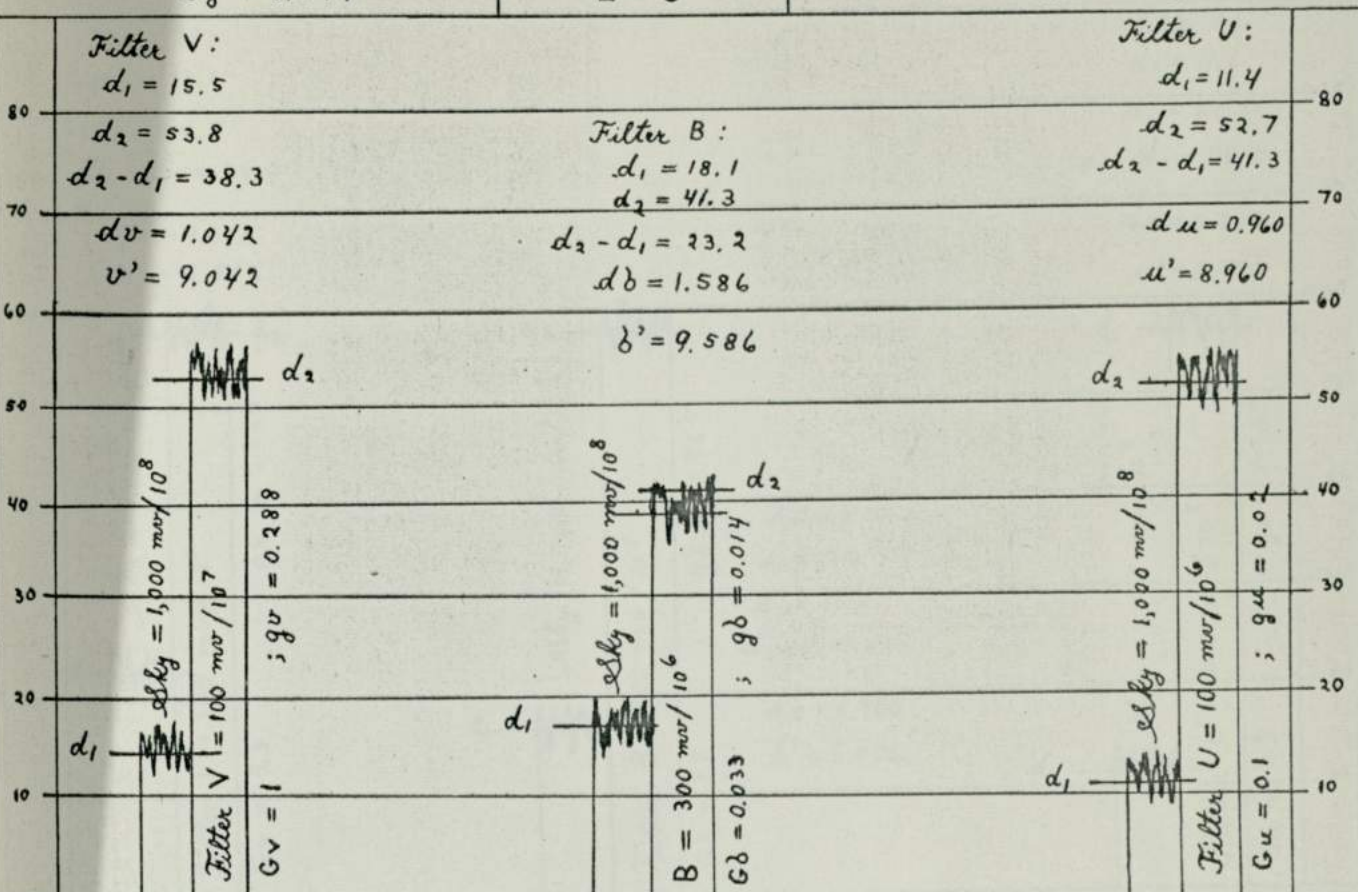
$d_1 = 11.4$

$d_2 = 52.7$

$d_2 - d_1 = 41.3$

$du = 0.960$

$u' = 8.960$



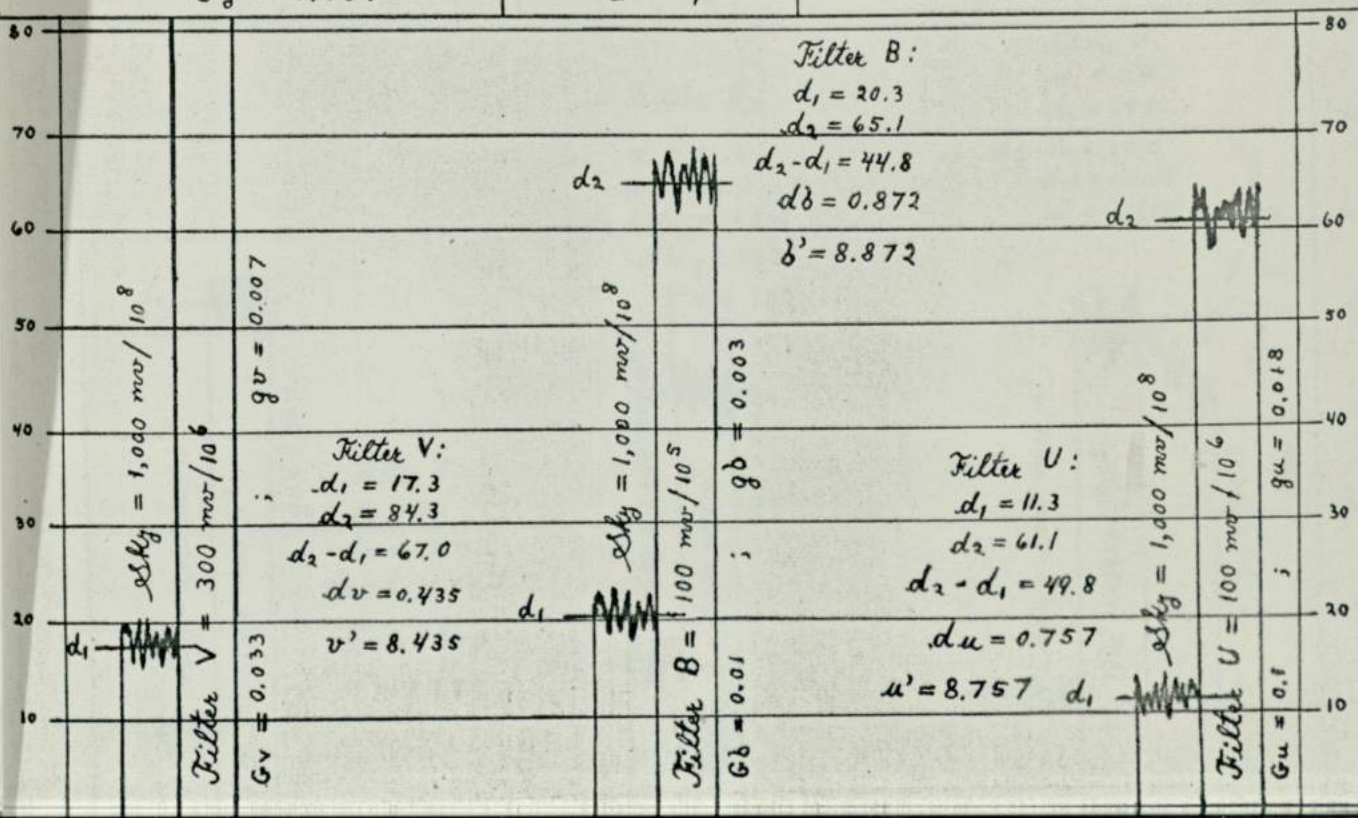
From the Catalogue = HD 63112

$\alpha = 7^h 44^m$ $\delta = -12^\circ 33'$ H.A. = $2^h 2^m$ L.C.T. = $20^h 51^m$ S.T. = $9^h 46^m$ $X = 1.459$

$C_y' = 0.437$

$E = 4$

$C_u' = -0.115$



Number 1 of April - Saturday 27 April 1963

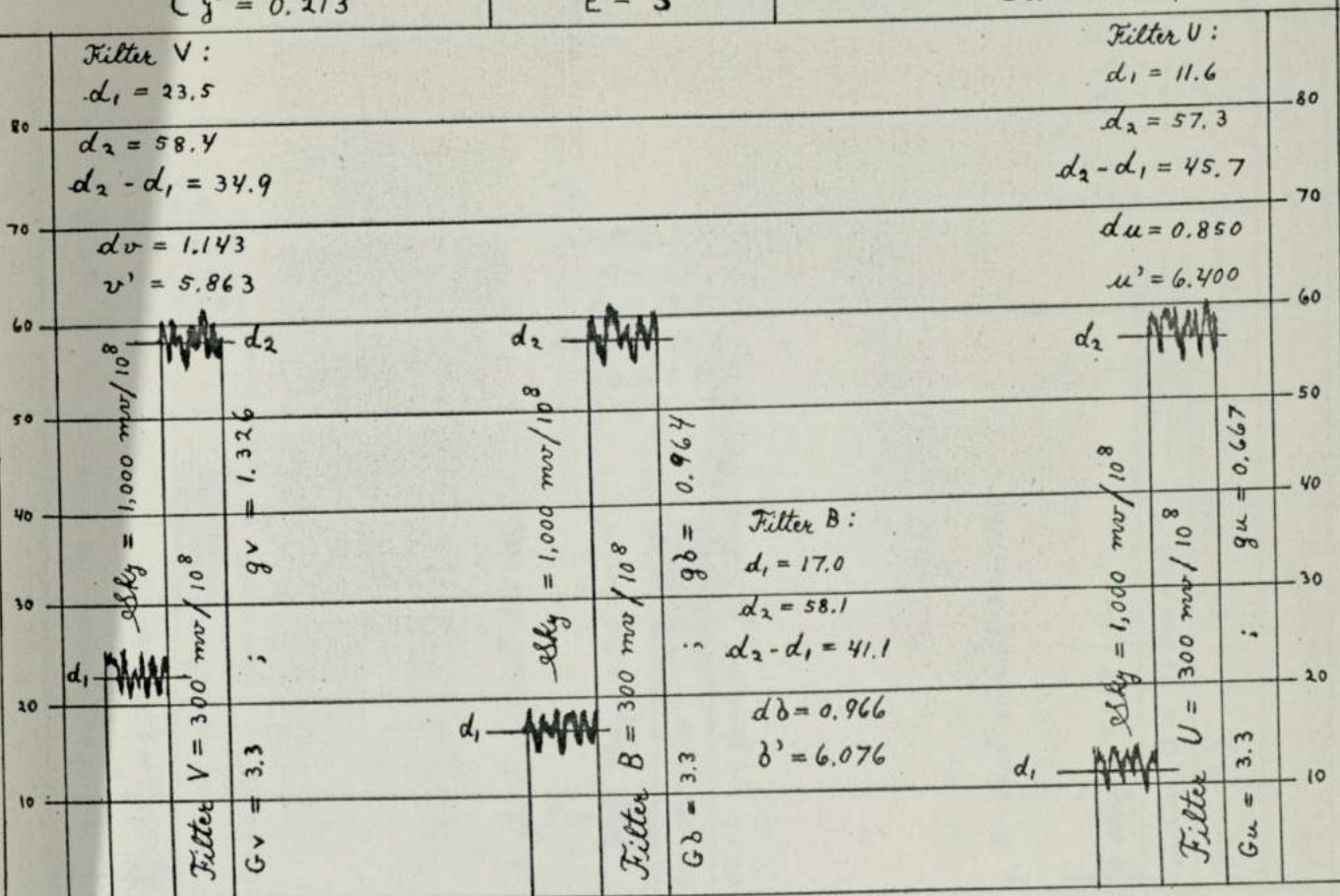
From the Catalogue = HD 63655

$\alpha = 7^h 47^m$ $\delta = -13^\circ 14'$ $H.A. = 2^h 7^m$ $L.C.T. = 20^h 59^m$ $S.T. = 9^h 54^m$ $X = 1.481$

$C_y' = 0.213$

$E = 5$

$C_u' = 0.324$



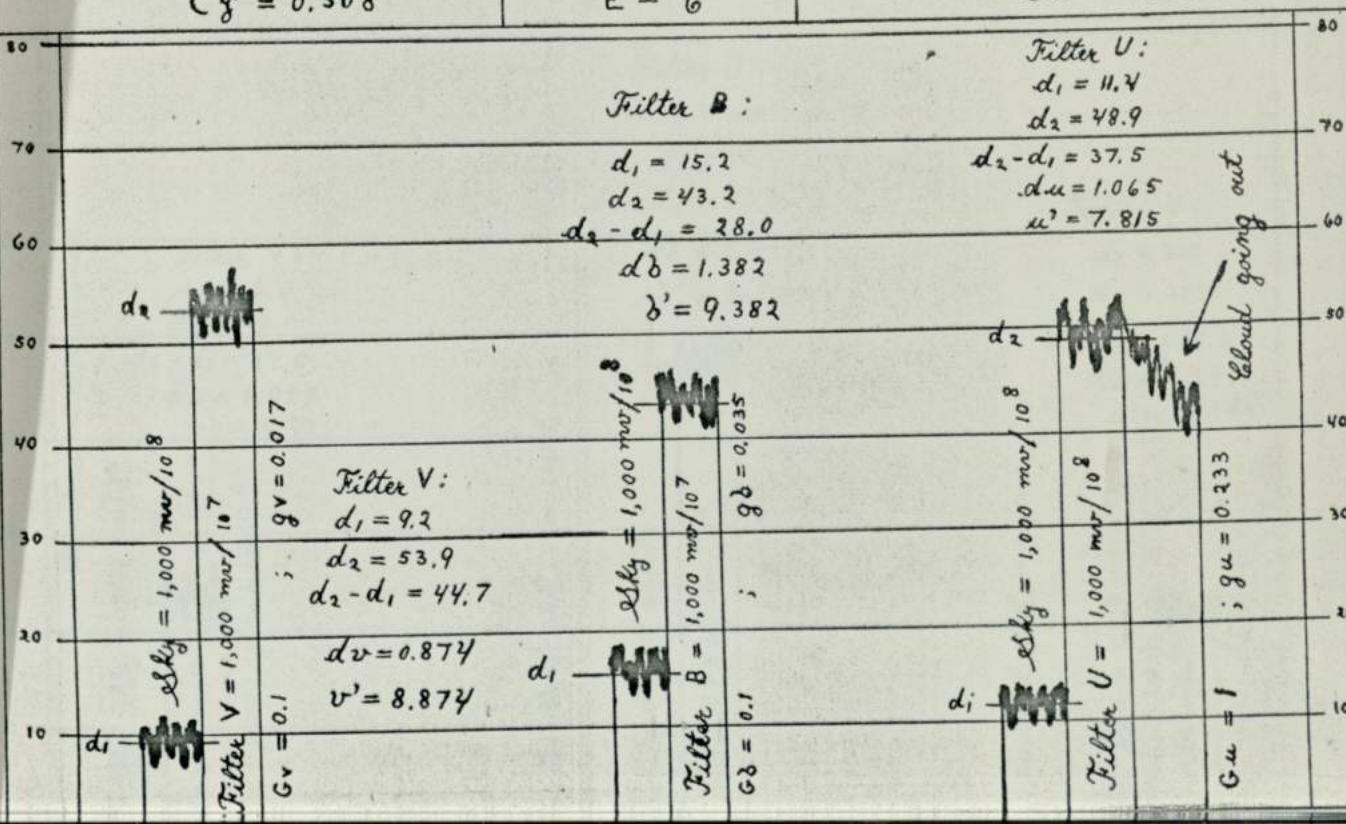
From the Catalogue = HD 63975

$\alpha = 7^h 49^m$ $\delta = +1^\circ 54'$ $H.A. = 2^h 3^m$ $L.C.T. = 21^h 5^m$ $S.T. = 9^h 52^m$ $X = 1.246$

$C_y' = 0.508$

$E = 6$

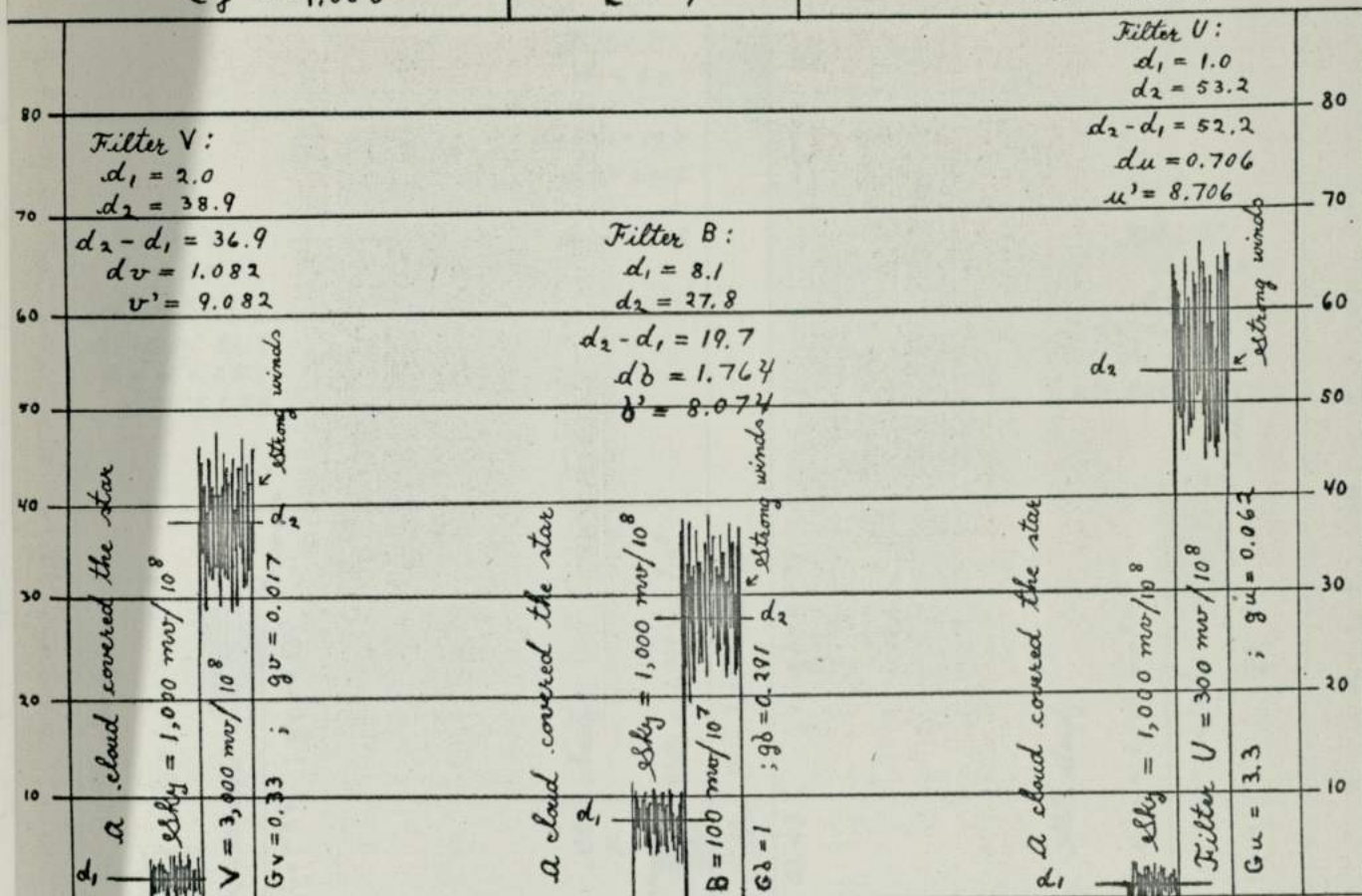
$C_u' = -1.567$



Number 1 of April - Saturday, 27 of April 1963

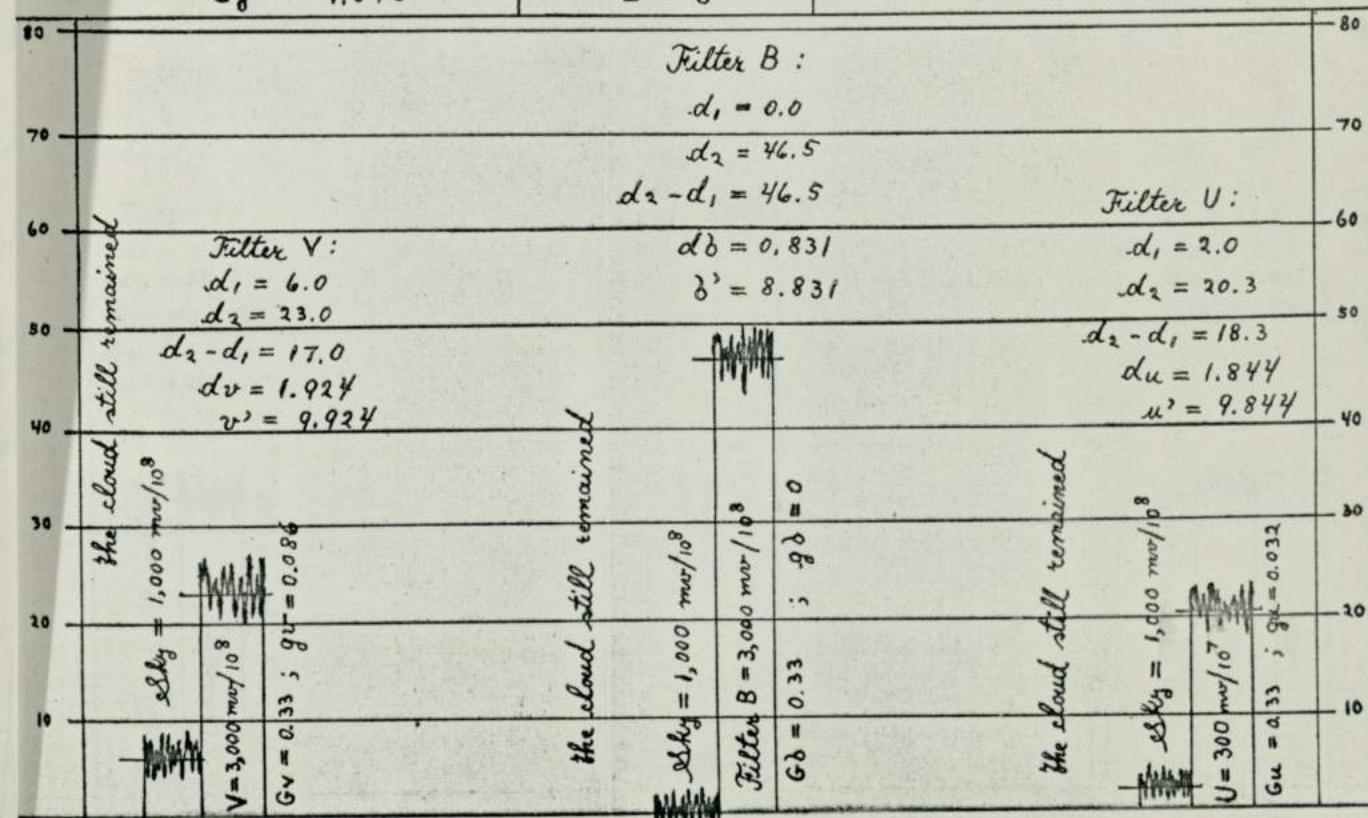
From the Catalogue = HD 64705

$\alpha = 7^h 53^m$	$\delta = +23^\circ 45'$	H.A. = $2^h 7^m$	L.C.T. = $21^h 13^m$	S.T. = $10^h 0^m$	$X = 1.151$
$Cy' = -1.008$		$E = 7$		$Cu' = 0.632$	



From the Catalogue = HD 65241

$\alpha = 7^h 55^m$	$\delta = +7^\circ 21'$	H.A. = $2^h 14^m$	L.C.T. = $21^h 22^m$	S.T. = $10^h 9^m$	$X = 1.230$
$Cy' = -1.093$		$E = 8$		$Cu' = 1.013$	



Number 1 of April - Saturday, 27 April 1963

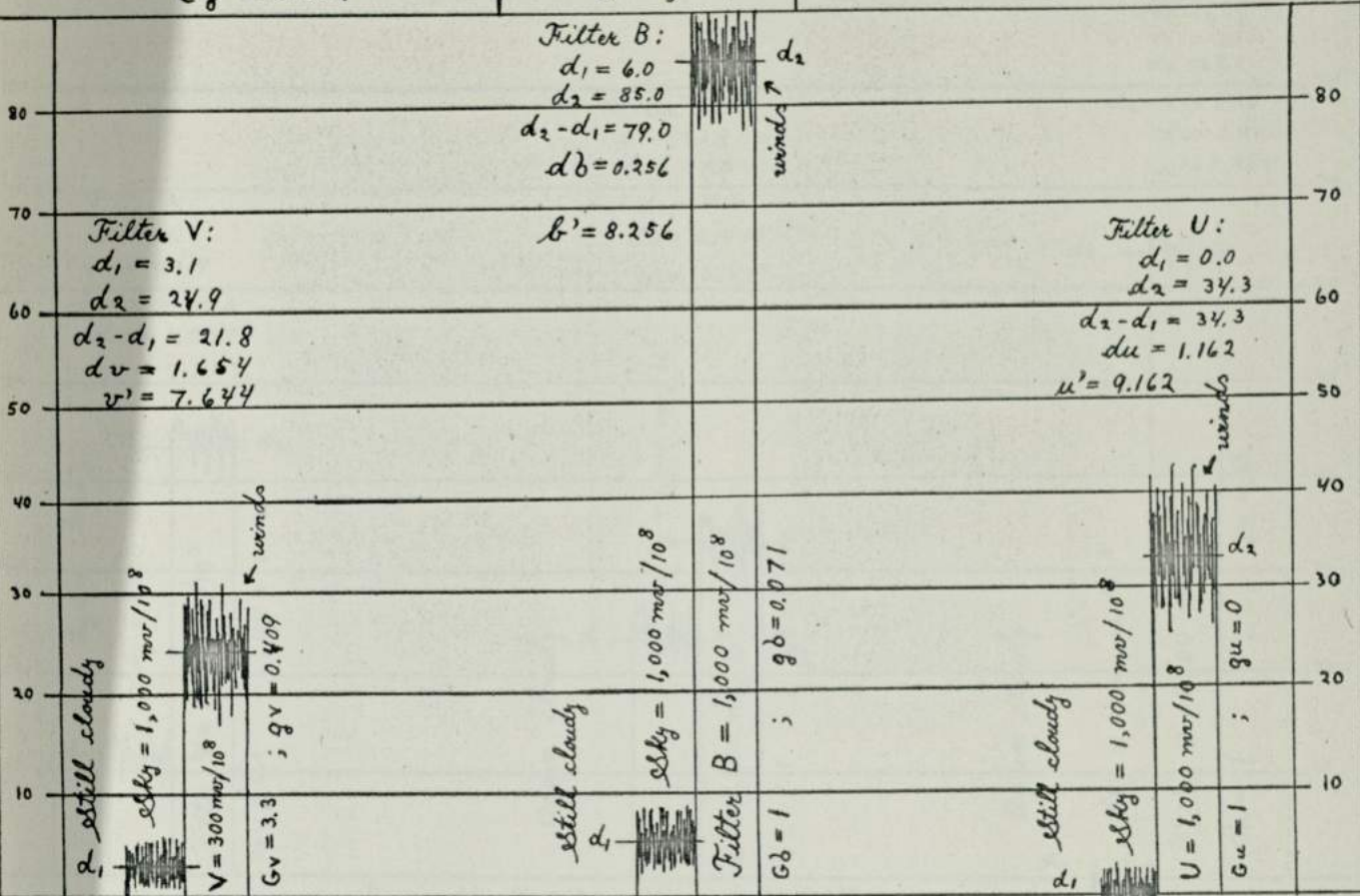
From the Catalogue = HD 65396

$\alpha = 7^h 56^m$ $\delta = +5^\circ 46'$ H.A. = $2^h 21^m$ L.C.T. = $21^h 30^m$ S.T. = $10^h 17^m$ $X = 1.273$

$Cy' = 0.612$

$E = 9$

$Cu' = 0.906$



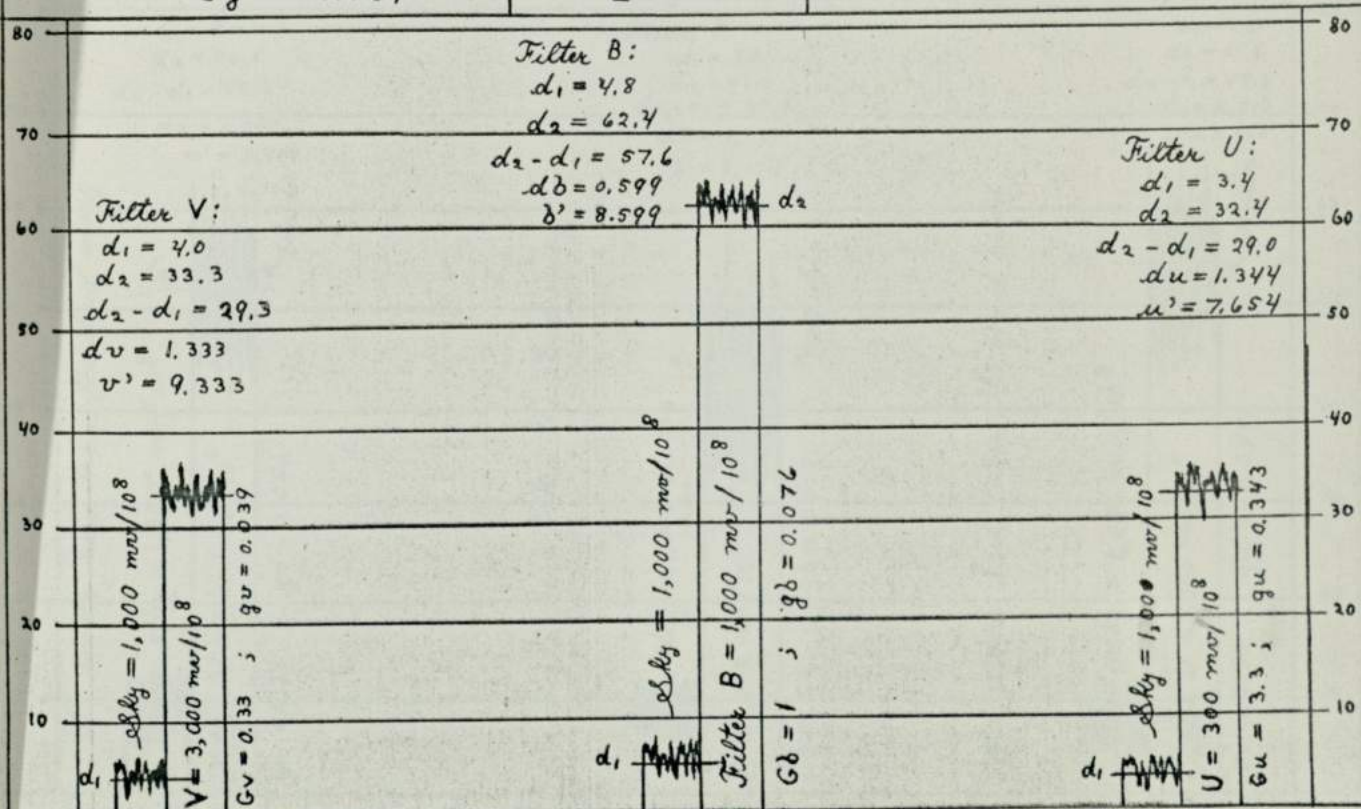
From the Catalogue = HD 65804

$\alpha = 7^h 58^m$ $\delta = +12^\circ 49'$ H.A. = $2^h 30^m$ L.C.T. = $21^h 41^m$ S.T. = $10^h 28^m$ $X = 1.254$

$Cy' = -0.734$

$E = 10$

$Cu' = -0.945$



- pag. - 12 -
 Number 1 of April - Saturday, 27 April 1963

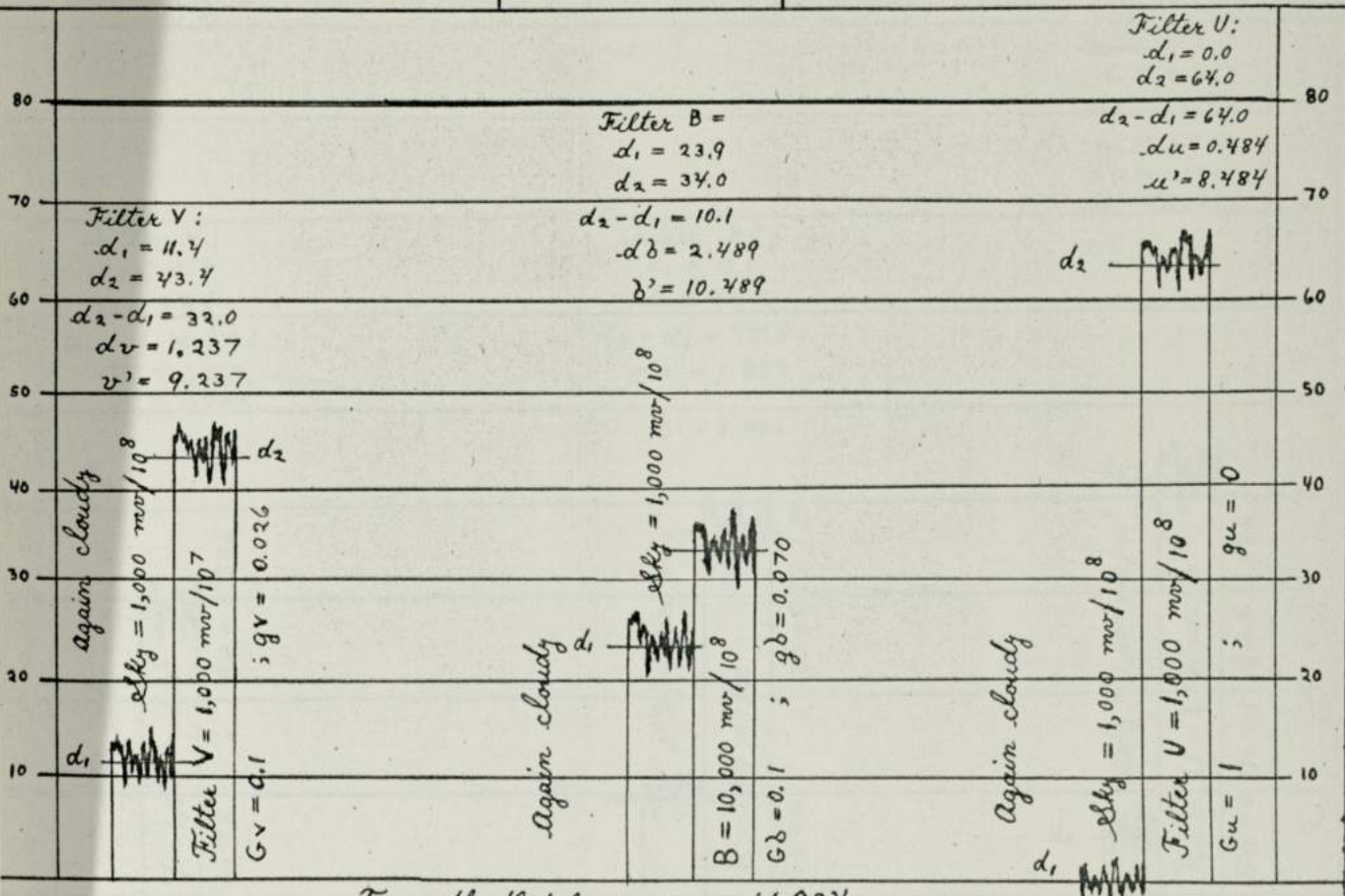
From the Catalogue = HD 65875

$\alpha = 7^h 58^m$ $\delta = -2^\circ 45'$ H.A. = $2^h 39^m$ L.C.T. = $2^h 50^m$ S.T. = $10^h 27^m$ $X = 1.481$

$C\gamma' = 1.252$

$E = 11$

$Cu' = -2.005$



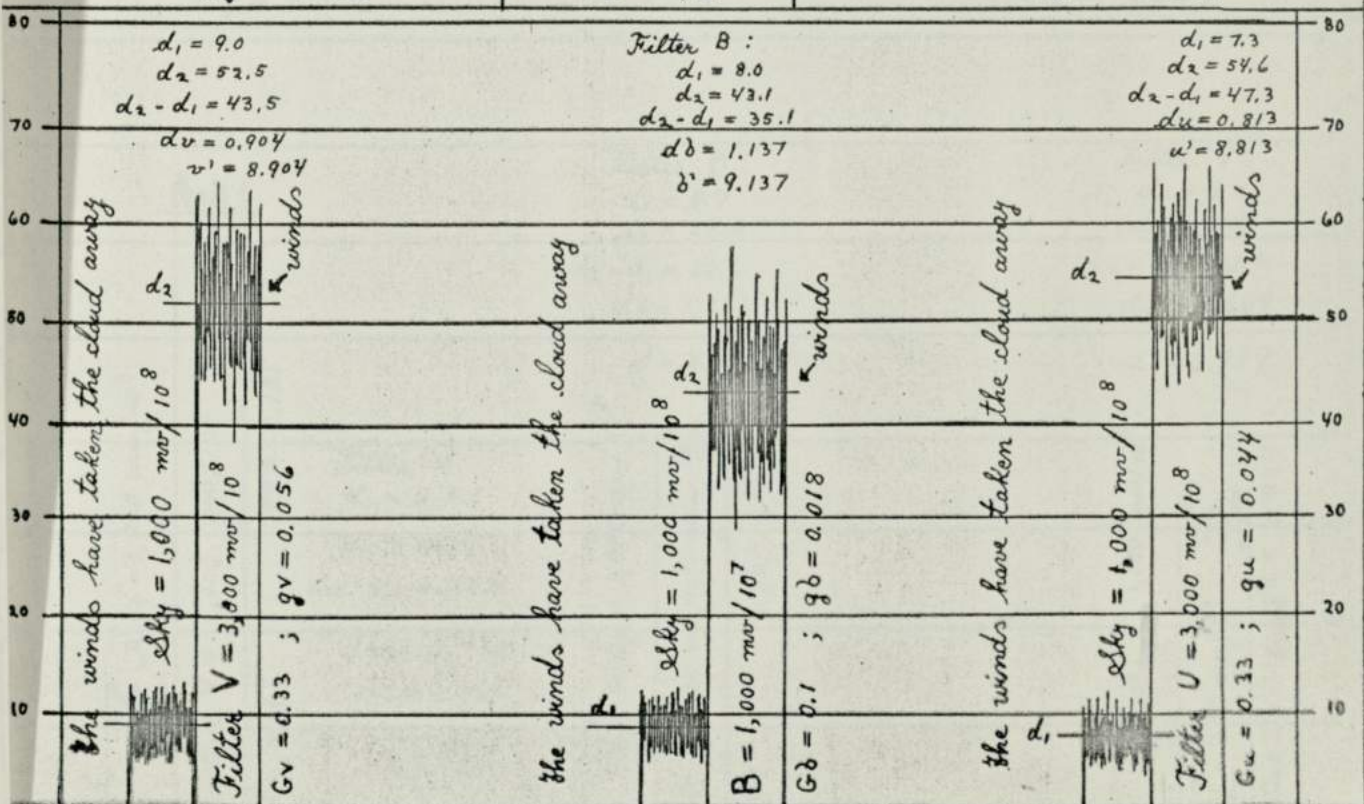
From the Catalogue = HD 66834

$\alpha = 8^h 2^m$ $\delta = -19^\circ 35'$ H.A. = $2^h 47^m$ L.C.T. = $22^h 2^m$ S.T. = $10^h 49^m$ $X = 1.904$

$C\gamma' = 0.233$

$E = 12$

$Cu' = -0.324$



- pag. - 13 -
Number 1 of April - Saturday, 27 April 1963

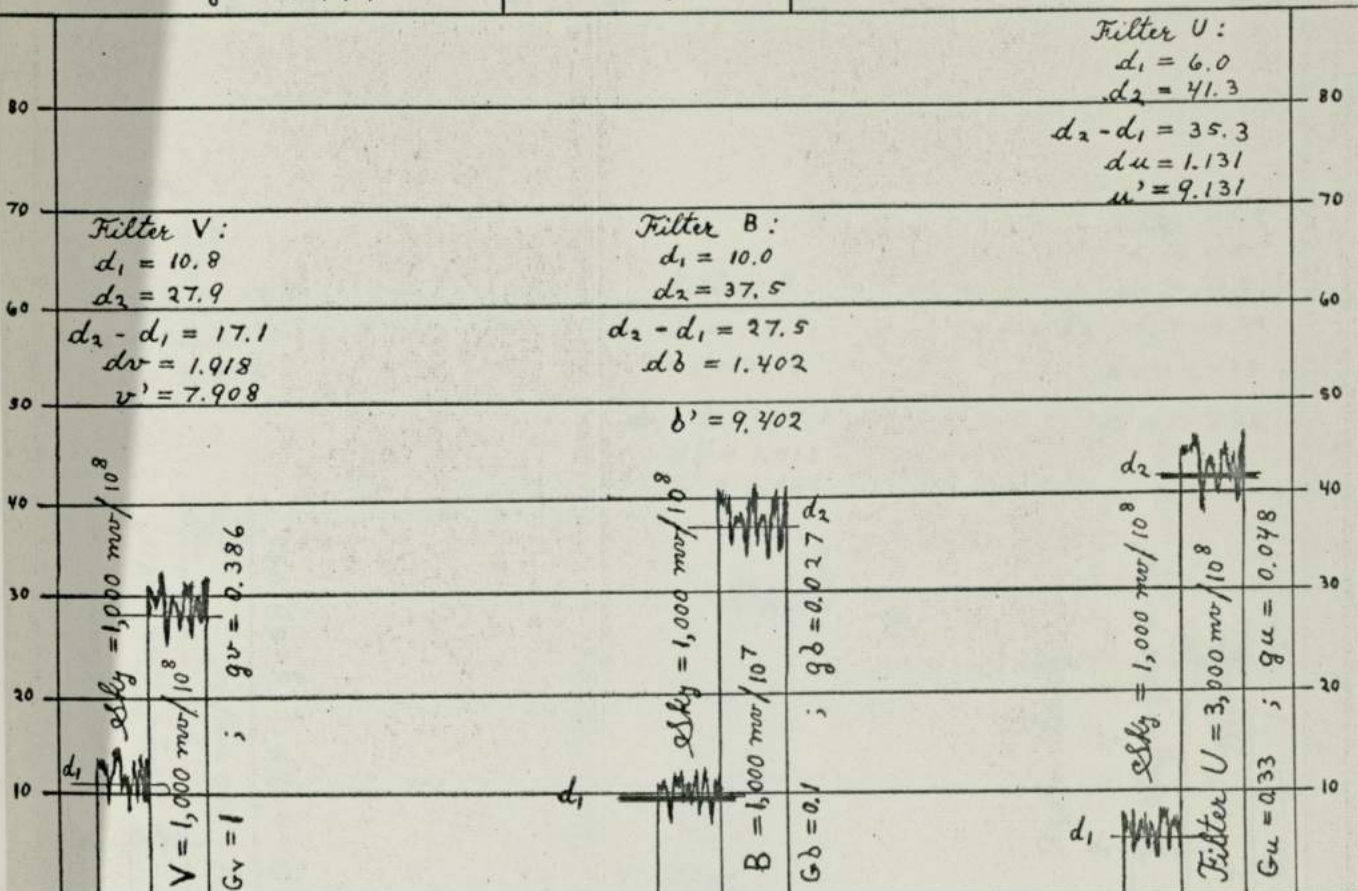
From the Catalogue = HD 66684

$\alpha = 8^h 3^m$ $\delta = +27^\circ 40'$ H.A. = $2^h 54^m$ L.C.T. = $22^h 10^m$ S.T. = $10^h 57^m$ $X = 1.271$

$Cy' = -1.494$

$E = 13$

$Cu' = -0.271$



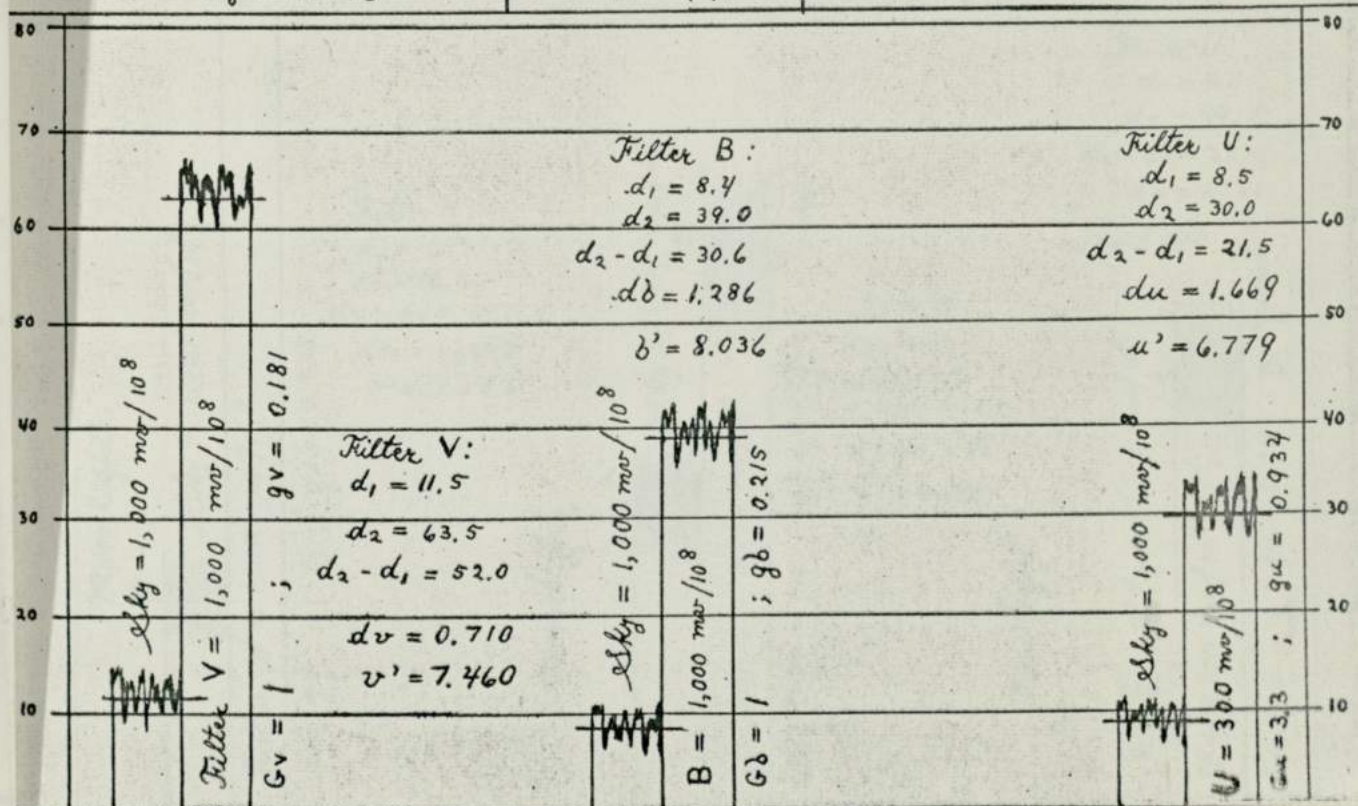
From the Catalogue = HD 66956

$\alpha = 8^h 3^m$ $\delta = -9^\circ 59'$ H.A. = $3^h 0^m$ L.C.T. = $22^h 16^m$ S.T. = $11^h 3^m$ $X = 1.777$

$Cy' = 0.576$

$E = 14$

$Cu' = -1.257$



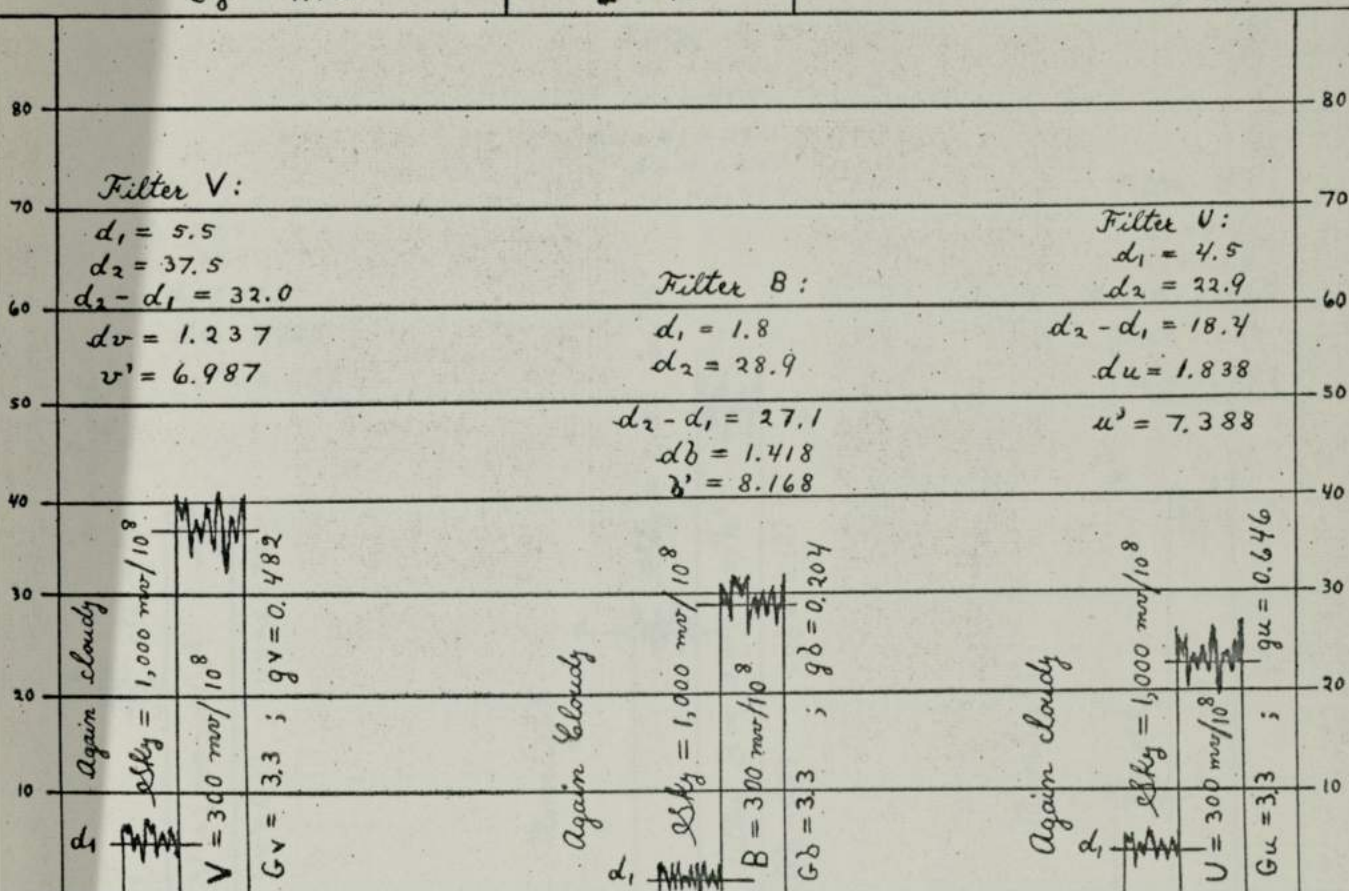
From the Catalogue = HD 67140

$\alpha = 8^h 4^m$ $\delta = -19^\circ 45'$ H.A. = $3^h 7^m$ L.C.T. = $22^h 24^m$ S.T. = $11^h 11^m$ $X = 2.154$

$C_g' = 1.181$

$E = 15$

$C_u' = -0.780$



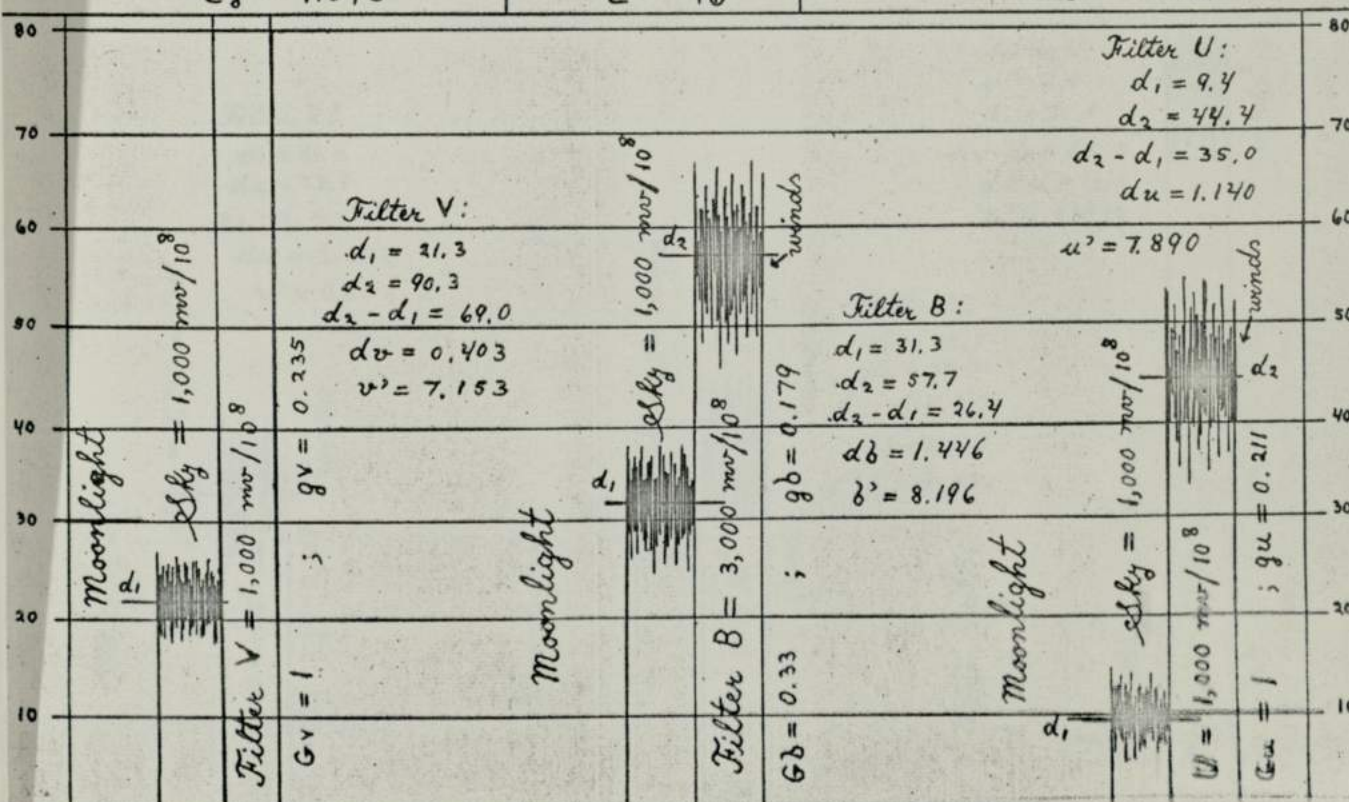
From the Catalogue = HD 67725

$\alpha = 8^h 7^m$ $\delta = -11^\circ 12'$ H.A. = $3^h 11^m$ L.C.T. = $22^h 31^m$ S.T. = $11^h 18^m$ $X = 1.902$

$C_g' = 1.043$

$E = 16$

$C_u' = -0.306$



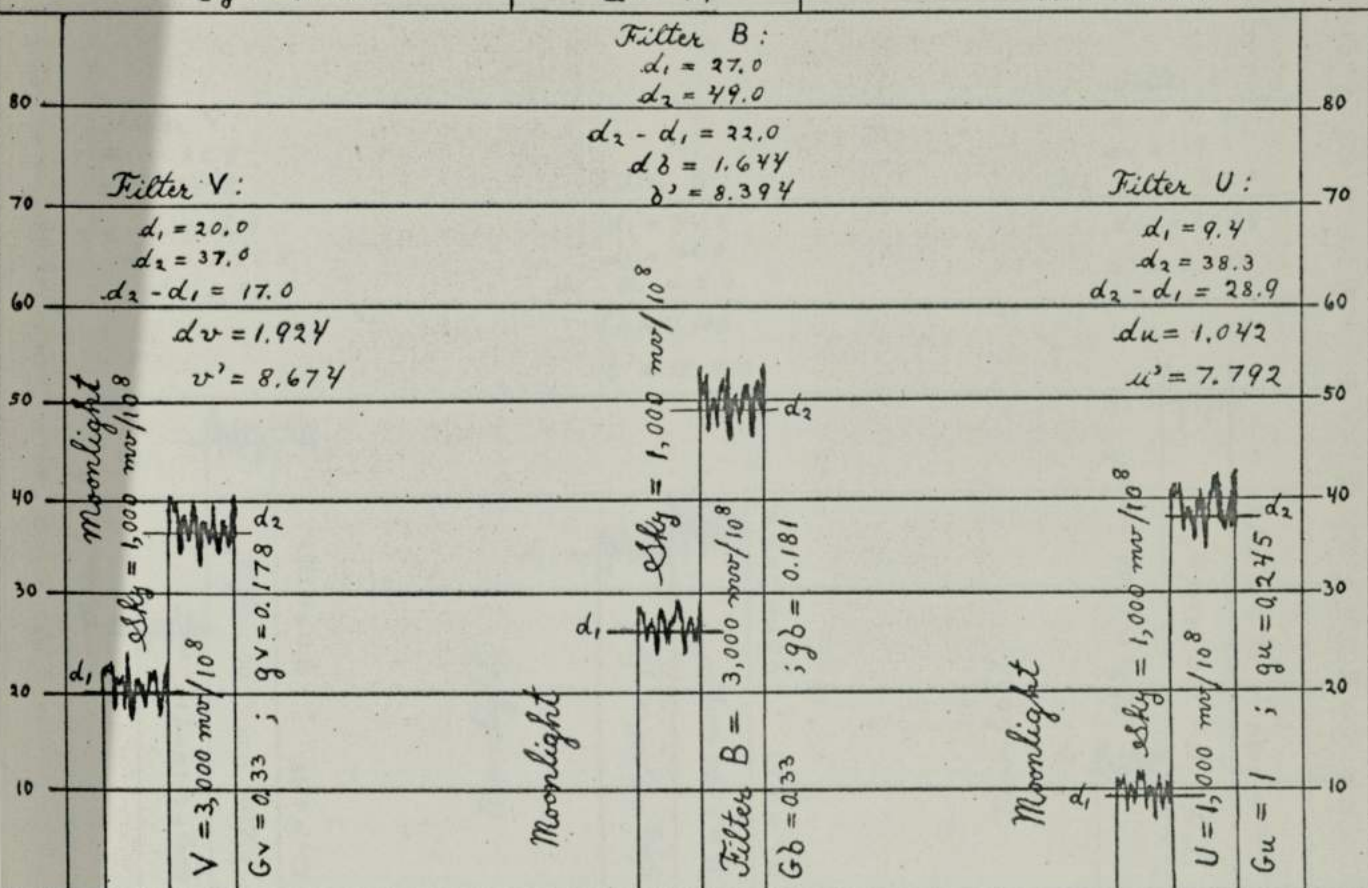
From the Catalogue = HD 67797

$\alpha = 8^h 7^m$ $\delta = -19^\circ 6'$ H.A. = $3^h 22^m$ L.C.T. = $22^h 42^m$ S.T. = $11^h 29^m$ $X = 2.382$

$Cy' = 0.280$

$E = 17$

$Cu' = -0.602$



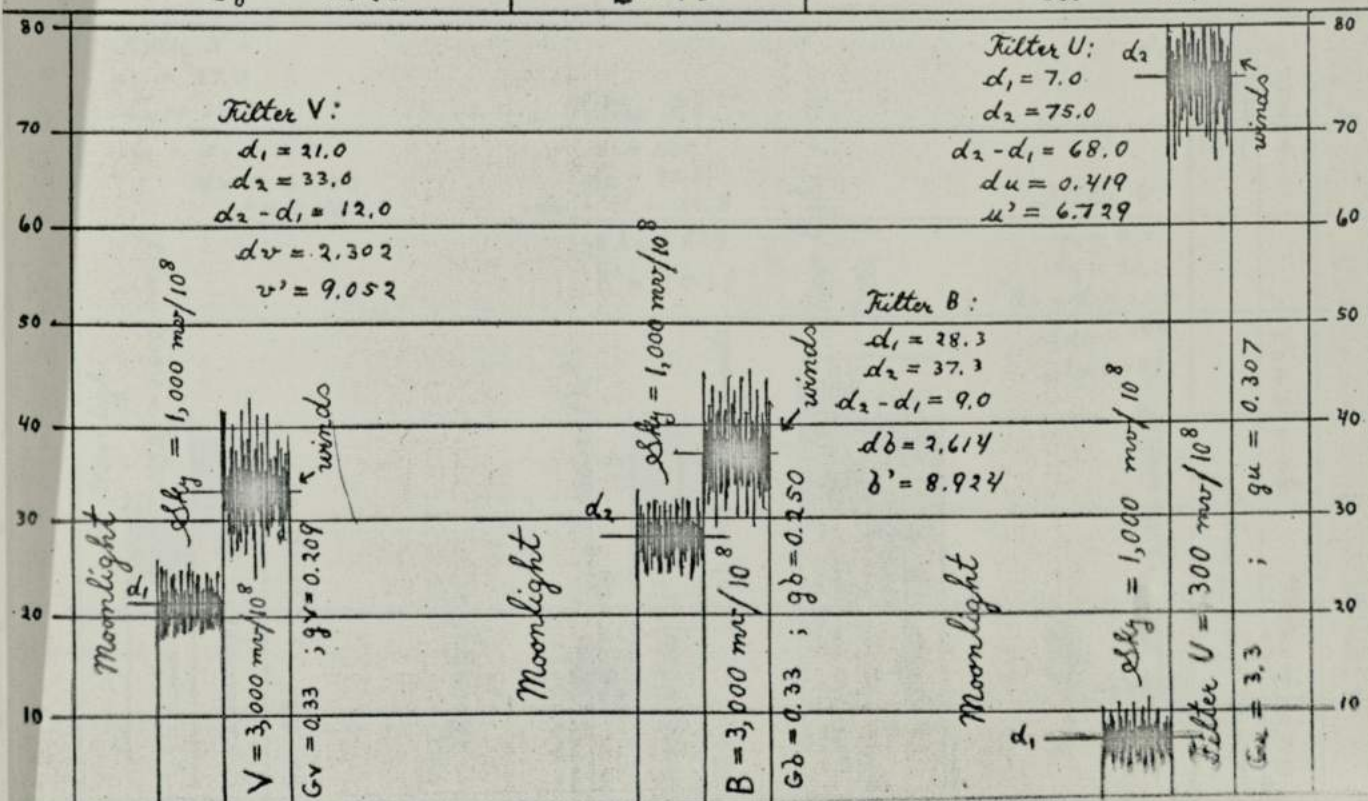
From the Catalogue = HD 67880

$\alpha = 8^h 7^m$ $\delta = -16^\circ 6'$ H.A. = $3^h 31^m$ L.C.T. = $22^h 51^m$ S.T. = $11^h 38^m$ $X = 2.381$

$Cy' = -0.128$

$E = 18$

$Cu' = -2.195$



Number 1 of April - Saturday, 27 April 1963

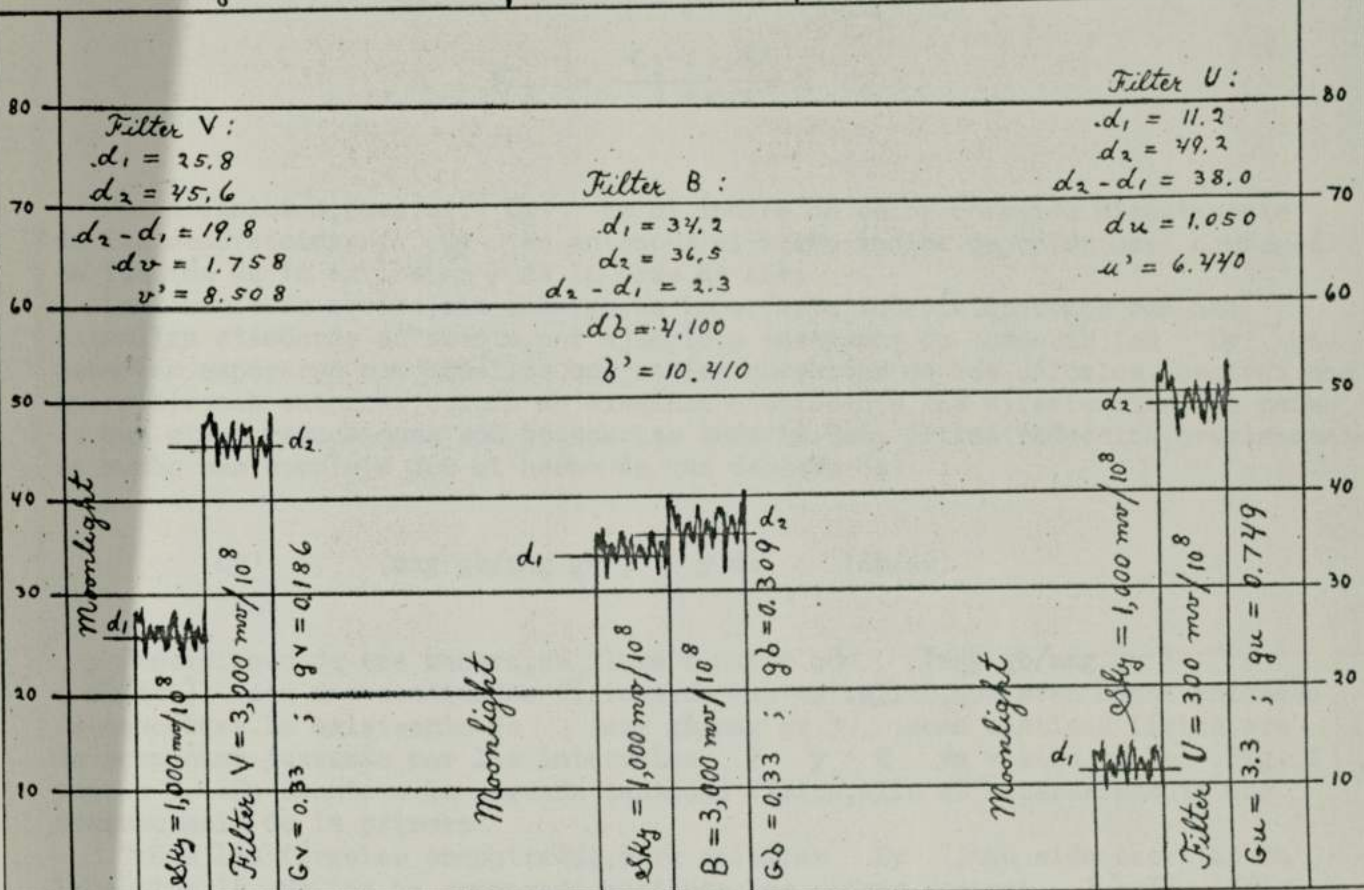
Photometric Standard = β Cnc

$\alpha = 8^h 13^m$ $\delta = +9^\circ 20'$ H.A. = $3^h 8^m$ L.C.T. = $23^h 4^m$ S.T. = $11^h 51^m$ $X = 1.719$

$C_g' = 1.902$

$E = 19$

$C_u' = -3.970$



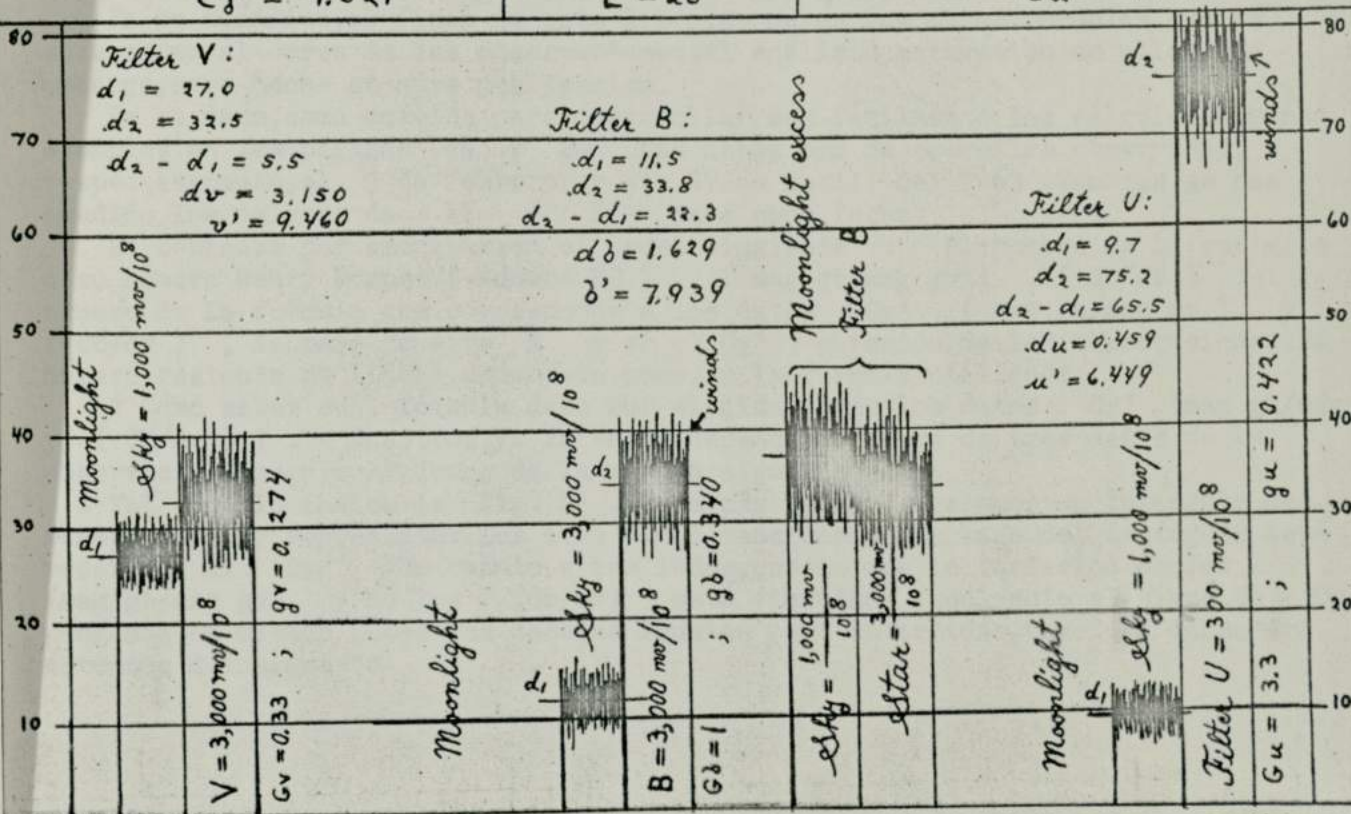
Photometric Standard = HD 71155

$\alpha = 8^h 23^m$ $\delta = -3^\circ 45'$ H.A. = $3^h 43^m$ L.C.T. = $23^h 19^m$ S.T. = $12^h 6^m$ $X = 2.028$

$C_g' = -1.521$

$E = 20$

$C_u' = -1.490$



Cálculo de C_y :

En principio, si k_1 y k_2 son los coeficientes de extinción para el cálculo de C_y , éste último es generalmente obtenido mediante la expresión

$$C_y = \frac{C_y' - k_1 X}{1 + k_2 X}$$

Por definición, pues, si C_y' es el índice de color obtenido directamente de las observaciones, C_y es entonces el mismo índice de color pero corregido en función de la extinción y de la masa de aire.

La fórmula de arriba, sin embargo, es imperfecta todavía. Operemos con las estrellas standards solamente, por ejemplo, y ensayemos de comparar los C_y que deberían esperarse con aquéllos que serían obtenidos de los cálculos. Nosotros nos apercibiremos entonces, cuando se examinan atentamente las diferencias, del hecho de que otras reducciones son necesarias todavía. Esta última reducción, precisamente, es mucho más compleja por el hecho de que depende de :

C_y' , (mag gb/mag gv) y de (db/dv)

Procediendo de esa manera, se llega a notar que (mag gb/mag gv) y (db/dv) son dos cantidades físicas, de las estrellas, que eran hasta entonces desconocidas. La existencia de (mag gb/mag gv) , como cantidad física, era de sospechar juzgando por los intervalos P y Q ya vistos en la Fig. I , página 3 . En cuanto a la segunda cantidad física, ella es necesariamente una consecuencia de la primera.

Todas las fórmulas encontradas, para calcular C_y , han sido escritas en la página 18 . Se las ha enumerado mediante las cifras romanas I , II , III , ..., XIV . Pero se trata de una enumeración temporaria solamente.

Por una parte, en efecto, esas fórmulas deben ser cuidadosamente analizadas según el contenido físico que ellas expresan. Por otra parte, se ve, a simple vista, que otras fórmulas deben esperarse a fin de representar nuevos casos.

En un apéndice, al final de este libro, se darán las otras fórmulas que se encuentren al curso de las observaciones. El análisis matemático de ellas, sin embargo, será hecho en otra publicación.

Se ha dado, como modelos para desarrollar más fácilmente los cálculos, algunos ejemplos en las páginas 19 y 20 . Los datos son de estrellas observadas, respectivamente, el 5 de Febrero y el 27 de Abril del 1963 . También se han añadido los valores de k_1 y k_2 para cada fecha.

Se comienza por escribir, en el orden siguiente : El nombre de la estrella o su número Henry Draper (Numero HD) , (mag gb/mag gv) , (db/dv) , el número de la fórmula que corresponde a los datos C_y' , (mag gb/mag gv) y (db/dv) , la masa de aire X y el C_y' obtenido de las observaciones. El número restante de líneas dependerá, pues, de la fórmula utilizada.

? Cómo saber cuál fórmula debe ser elegida según los datos C_y' , (mag gb/mag gv) y (db/dv) ? . - Nosotros, ya lo vemos, dependemos ahora de tres datos de la observación. Luego, procedamos de la manera siguiente :

Tal como lo indica la Fig. 2 , en la página 21 , tracemos un triángulo de manera a poder representar los tres datos mencionados. La base del triángulo será reservada al C_y' . En cuanto a los lados, puesto que la variación de los (mag gb/mag gv) y de los (db/dv) está vinculada igualmente al signo de C_y' , pongamos en dichos lados dos escalas iguales pero invertidas, cuyo uso dependerá entonces del signo de C_y' .

$$n_o. I : C_y = 1 - \left[C_y' \left(\frac{1 + 2K_2 X}{1 + K_2 X} - 1 \right) + \frac{K_1 X}{1 + K_2 X} \right] - \frac{\text{mag } gb}{\text{mag } gv}$$

$$n_o. II : C_y = 1 - \left[C_y' \left(\frac{1 + 2K_2 X}{1 + K_2 X} - 1 \right) + \frac{K_1 X}{1 + K_2 X} \right] + \frac{\text{mag } gb}{\text{mag } gv}$$

$$n_o. III : C_y = \left[C_y' \left(\frac{1 + 2K_2 X}{1 + K_2 X} - 1 \right) + \frac{K_1 X}{1 + K_2 X} \right] + \left(\frac{db}{dv} \right) \left(\frac{\text{mag } gb}{\text{mag } gv} \right)$$

$$n_o. IV : C_y = \frac{C_y'(2 + K_2 X) - K_1 X}{1 + K_2 X} + \left(\frac{db}{dv} \right) \left(\frac{\text{mag } gb}{\text{mag } gv} \right)$$

$$n_o. V : C_y = (1 + C_y') - \left(\frac{db}{dv} \right) \left(\frac{\text{mag } gb}{\text{mag } gv} \right)$$

$$n_o. VI : C_y = C_y' + \left(\frac{db}{dv} \right) \left(\frac{\text{mag } gb}{\text{mag } gv} \right)$$

$$n_o. VII : C_y = C_y' - \left(\frac{db}{dv} \right) \left(\frac{\text{mag } gb}{\text{mag } gv} \right)$$

$$n_o. VIII : C_y = - \left[1 + \frac{C_y'(2 + K_2 X) - K_1 X}{1 + K_2 X} \right] + \left(\frac{db}{dv} \right) \left(\frac{\text{mag } gb}{\text{mag } gv} \right)$$

$$n_o. IX : C_y = (1 + C_y') - \left[\frac{C_y'(2 + K_2 X) - K_1 X}{1 + K_2 X} \right] + \left(\frac{db}{dv} \right) \left(\frac{\text{mag } gb}{\text{mag } gv} \right)$$

$$n_o. X : C_y = (1 - C_y') - \left[\frac{C_y'(2 + K_2 X) - K_1 X}{1 + K_2 X} \right] + \left(\frac{db}{dv} \right) \left(\frac{\text{mag } gb}{\text{mag } gv} \right)$$

$$n_o. XI : C_y = -(1 + C_y') - \left[C_y' \left(\frac{1 + 2K_2 X}{1 + K_2 X} - 1 \right) + \frac{K_1 X}{1 + K_2 X} \right] - \frac{\text{mag } gb}{\text{mag } gv}$$

$$n_o. XII : C_y = \left[\frac{K_1 X + (1 + 2K_2 X)}{1 + K_2 X} + \frac{\text{mag } gb}{\text{mag } gv} \right] / \left[C_y' \left(\frac{1 + 2K_2 X}{1 + K_2 X} - 1 \right) + \frac{K_1 X}{1 + K_2 X} \right]$$

$$n_o. XIII : C_y = \left[\frac{K_1 X + (1 + 2K_2 X)}{1 + K_2 X} / \left(\frac{db}{dv} \right) \left(\frac{\text{mag } gb}{\text{mag } gv} \right) \right] - C_y'$$

$$n_o. XIV : C_y = - \left\{ \left[\frac{K_1 X + (1 + 2K_2 X)}{1 + K_2 X} / \left(\frac{db}{dv} \right) \left(\frac{\text{mag } gb}{\text{mag } gv} \right) \right] + (1 + C_y') \right\}$$

Computation of C_y

Some examples about the computation of C_y

Observations of Tuesday 26 February, 1963 — n° 5 of February

$$K_1 = 0.512$$

;

$$K_2 = 0.961$$

Standard star	Standard star	Standard star	Standard star	Standard star
γ Tau	δ Tau	ϵ Tau	$\pi 3$ Ori	$\pi 4$ Ori
$C_y' = -0.030$	$C_y' = -0.513$	$C_y' = 1.131$	$C_y' = -1.397$	$C_y' = -1.339$
$\frac{\text{mag } g_b}{\text{mag } g_v} = 1.029$	$\frac{\text{mag } g_b}{\text{mag } g_v} = 0.774$	$\frac{\text{mag } g_b}{\text{mag } g_v} = 1.451$	$\frac{\text{mag } g_b}{\text{mag } g_v} = 0.612$	$\frac{\text{mag } g_b}{\text{mag } g_v} = 0.646$
$db/dv = 0.904$	$db/dv = 1.899$	$db/dv = 0.654$	$db/dv = 2.902$	$db/dv = 1.314$
Formula No. II	Formula No. II	Formula No. IV	Formula No. VI	Formula No. V
$X = 1.027$	$X = 1.030$	$X = 1.035$	$X = 1.103$	$X = 1.110$
$K_1 X = 0.526$	$K_1 X = 0.527$	$K_1 X = 0.530$		
$K_2 X = 0.987$	$K_2 X = 0.989$	$K_2 X = 0.994$		
$+K_2 X = 1.987$	$+K_2 X = 1.989$	$+K_2 X = 1.994$		
$\frac{K_1 X}{1+K_2 X} = 0.264$	$\frac{K_1 X}{1+K_2 X} = 0.264$			
$2K_2 X = 1.974$	$2K_2 X = 1.974$	$2+K_2 X = 2.994$		
$+2K_2 X = 2.974$	$+2K_2 X = 2.974$			
$\frac{1+2K_2 X}{1+K_2 X} = 1.496$	$\frac{1+2K_2 X}{1+K_2 X} = 1.496$			
$\frac{2K_2 X}{1+K_2 X} - 1 = 0.496$	$\frac{1+2K_2 X}{1+K_2 X} - 1 = 0.496$	$C_y'(\dots) - K_1 X = 2.856$		
$(\frac{1+2K_2 X}{1+K_2 X} - 1) = -0.015$	$C_y'(\frac{1+2K_2 X}{1+K_2 X} - 1) = -0.254$	$C_y'(2+K_2 X) = 3.386$		
$(\dots) + \frac{K_1 X}{1+K_2 X} = 0.249$	$C_y'(\dots) + \frac{K_1 X}{1+K_2 X} = 0.010$	$\frac{C_y'(\dots) - K_1 X}{1+K_2 X} = 1.432$		$(\frac{db}{dv})(\frac{\text{mag } g_b}{\text{mag } g_v}) = 0.849$
		$(\frac{db}{dv}) / (\frac{\text{mag } g_b}{\text{mag } g_v}) = 0.450$	$(\frac{db}{dv})(\frac{\text{mag } g_b}{\text{mag } g_v}) = 1.776$	$(1+C_y') = -0.339$
$C_y = 1.780$	$C_y = 1.764$	$C_y = 1.882$	$C_y = 0.379$	$C_y = -1.188$

Some examples about the computation of C_u

Observations of Tuesday 26 February, 1963 — n° 5 of February

$$K_3 = 5.895$$

;

$$K_4 = 0.944$$

Standard star	Standard star	Standard star	Standard star	Standard star
$C_u' = 0.144$	$C_u' = -0.182$	$C_u' = -0.400$	$C_u' = 0.971$	$C_u' = 0.895$
$\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} = 0.306$	$\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} = 1.167$	$\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} = 1.080$	$\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} = 0.249$	$\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} = 0.203$
$(du/db) = 0.931$	$(du/db) = 0.972$	$(du/db) = 0.715$	$(du/db) = 0.657$	$(du/db) = 0.481$
C_y is positive	C_y is positive	C_y is positive	C_y is positive	C_y is negative
Formula No. VIII	Formula No. IX	Formula No. X	Formula No. VI	Formula No. XIV
$X = 1.027$	$X = 1.030$	$X = 1.035$	$X = 1.103$	$X = 1.110$
$K_3 X = 6.054$	$K_3 X = 6.072$	$K_3 X = 6.101$		$K_3 X = 6.543$
$K_4 X = 0.969$	$K_4 X = 0.972$	$K_4 X = 0.977$		$K_4 X = 1.048$
$2+K_4 X = 2.969$	$2+K_4 X = 2.972$	$2+K_4 X = 2.977$		
$u'(2+K_4 X) = 0.427$	$u'(2+K_4 X) = -0.540$	$u'(2+K_4 X) = -1.191$		$2K_4 X = 2.096$
$u'(\dots) - K_3 X = -5.627$	$u'(\dots) - K_3 X = -6.612$	$u'(\dots) - K_3 X = -7.292$		$1+2K_4 X = 3.096$
$\frac{u'(\dots) - K_3 X}{1+K_4 X} = -2.857$	$\frac{u'(\dots) - K_3 X}{1+K_4 X} = -3.353$	$\frac{u'(\dots) - K_3 X}{1+K_4 X} = -3.688$		
$(\frac{du}{db}) / (\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b}) = 3.042$	$(\frac{du}{db})(\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b}) = 1.134$	$(\frac{du}{db})(\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b}) = 0.772$	$(\frac{du}{db})(\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b}) = 0.163$	$(\frac{du}{db})(\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b}) = 0.097$
	$(1+C_u') = 0.818$	$(1-C_u') = 0.600$		$1+C_u' = 1.895$
$C_u = 4.899$	$C_u = 5.305$	$C_u = 5.060$	$C_u = -1.134$	$C_u = -6.746$
γ Tau	δ Tau	ϵ Tau	$\pi 3$ Ori	$\pi 4$ Ori

Some examples about the computation of C_y

Observations of Saturday 27 April, 1963 ————— n° 1 of April

$K_1 = 0.311$

;

$K_2 = 0.622$

Standard star	Standard star	Standard star	Standard star	Standard star
λ Gem	ρ Gem	κ Gem	β Cnc	HD 71155
$\frac{\text{mag } g_b}{\text{mag } g_v} = 1.000$	$\frac{\text{mag } g_b}{\text{mag } g_v} = 1.000$	$\frac{\text{mag } g_b}{\text{mag } g_v} = 1.267$	$\frac{\text{mag } g_b}{\text{mag } g_v} = 0.935$	$\frac{\text{mag } g_b}{\text{mag } g_v} = 0.935$
$db/dv = 2.553$	$db/dv = 0.733$	$db/dv = 1.922$	$db/dv = 2.332$	$db/dv = 0.517$
Formula No. I	Formula No. I	Formula No. III	Formula No. VI	Formula No. V
$X = 1.146$	$X = 1.125$	$X = 1.125$	$X = 1.719$	$X = 2.028$
$C_y' = 0.820$	$C_y' = -0.668$	$C_y' = 0.544$	$C_y' = 1.902$	$C_y' = -1.521$
$K_1 X = 0.356$	$K_1 X = 0.349$	$K_1 X = 0.349$		
$K_2 X = 0.713$	$K_2 X = 0.699$	$K_2 X = 0.699$		
$1 + K_2 X = 1.713$	$1 + K_2 X = 1.699$	$1 + K_2 X = 1.699$		
$\frac{K_1 X}{1 + K_2 X} = 0.208$	$\frac{K_1 X}{1 + K_2 X} = 0.205$	$1 + 2K_2 X = 2.398$		
$2K_2 X = 1.426$	$2K_2 X = 1.398$	$\frac{K_1 X}{1 + K_2 X} = 0.205$		
$1 + 2K_2 X = 2.426$	$1 + 2K_2 X = 2.398$	$\frac{1 + 2K_2 X}{1 + K_2 X} = 1.411$		
$\frac{1 + 2K_2 X}{1 + K_2 X} = 1.416$	$\frac{1 + 2K_2 X}{1 + K_2 X} = 1.411$	$\frac{1 + 2K_2 X}{1 + K_2 X} - 1 = 0.411$		
$\frac{1 + 2K_2 X}{1 + K_2 X} - 1 = 0.416$	$\frac{1 + 2K_2 X}{1 + K_2 X} - 1 = 0.411$	$C_y' \left[\frac{1 + 2K_2 X}{1 + K_2 X} - 1 \right] = 0.223$		
$C_y' \left(\frac{1 + 2K_2 X}{1 + K_2 X} - 1 \right) = 0.341$	$C_y' \left(\frac{1 + 2K_2 X}{1 + K_2 X} - 1 \right) = -0.274$	$C_y'(\dots) + \frac{K_1 X}{1 + K_2 X} = 0.428$		
$C_y'(\dots) + \frac{K_1 X}{1 + K_2 X} = 0.549$	$C_y'(\dots) + \frac{K_1 X}{1 + K_2 X} = -0.069$	$\left(\frac{db}{dv} \right) \left(\frac{\text{mag } g_b}{\text{mag } g_v} \right) = 1.928$	$\left(\frac{db}{dv} \right) \left(\frac{\text{mag } g_b}{\text{mag } g_v} \right) = 2.180$	$\left(\frac{db}{dv} \right) \left(\frac{\text{mag } g_b}{\text{mag } g_v} \right) = 0.483$
				$(1 + C_y') = -0.521$
$C_y = -0.549$	$C_y = 0.069$	$C_y = 2.356$	$C_y = 4.082$	$C_y = -1.004$

Some examples about the computation of C_u

Observations of Saturday 27 April, 1963

n° 1 of April

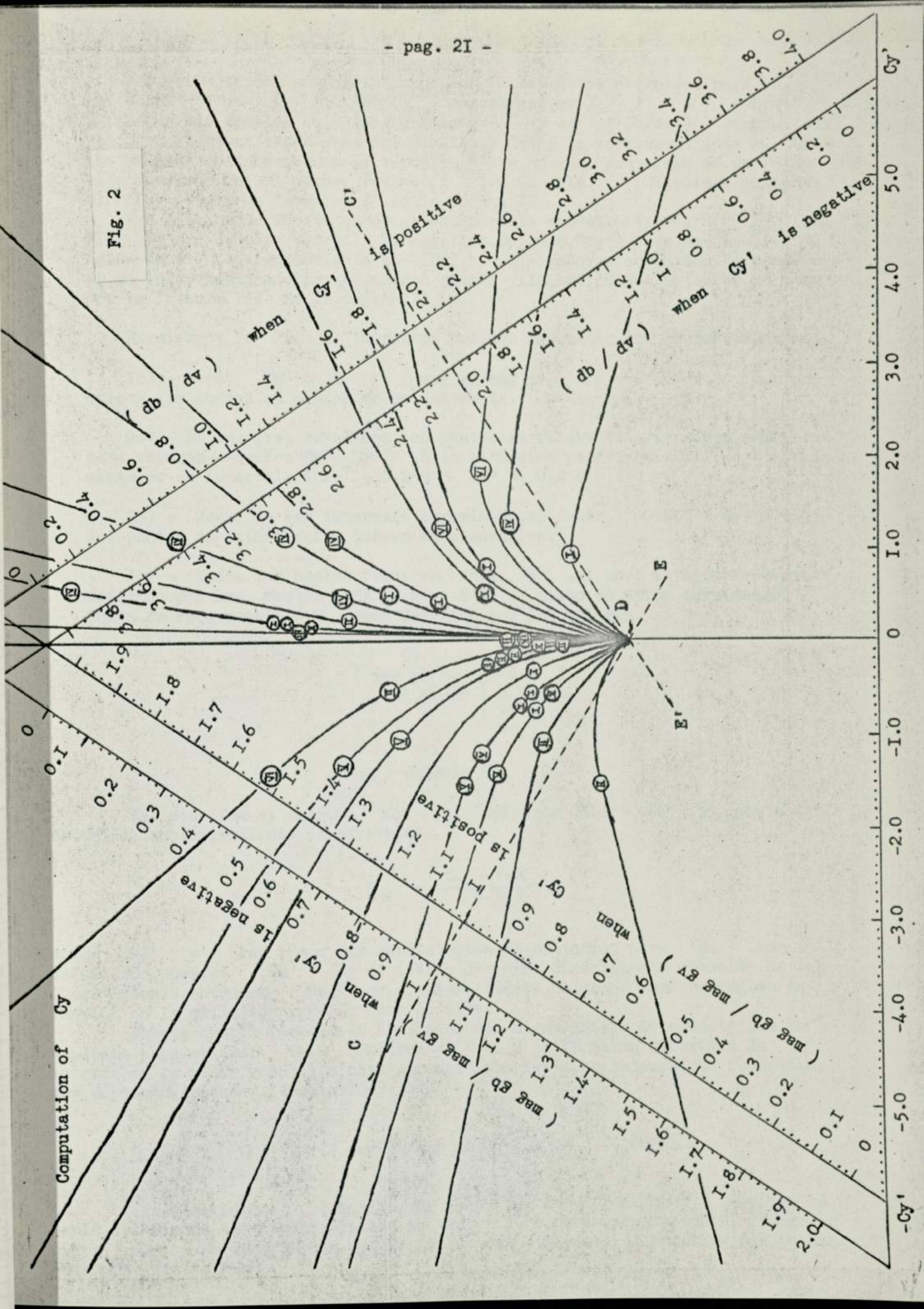
$K_3 = 1.224$

;

$K_4 = 0.602$

Standard star	Standard star	Standard star	Standard star	Standard star
λ Gem	ρ Gem	κ Gem	β Cnc	HD 71155
$C_u' = -0.375$	$C_u' = -0.738$	$C_u' = -0.626$	$C_u' = -3.970$	$C_u' = -1.490$
$\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} = 1.000$	$\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} = 1.000$	$\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} = 1.000$	$\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} = 0.854$	$\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} = 0.949$
$(du/db) = 0.722$	$(du/db) = 0.597$	$(du/db) = 0.605$	$(du/db) = 0.256$	$(du/db) = 0.281$
C_y is negative	C_y is positive	C_y is positive	C_y is positive	C_y is negative
Formula No. I	Formula No. XI	Formula No. XII	Formula No. XIII	Formula No. VII
$X = 1.146$	$X = 1.125$	$X = 1.125$	$X = 1.719$	$X = 2.028$
$K_3 X = 1.402$	$K_3 X = 1.377$	$K_3 X = 1.377$	$K_3 X = 2.104$	
$K_4 X = 0.690$	$K_4 X = 0.677$	$K_4 X = 0.677$	$K_4 X = 1.035$	
$1 + K_4 X = 1.690$	$1 + K_4 X = 1.677$	$1 + K_4 X = 1.677$	$1 + K_4 X = 2.035$	
$\frac{K_3 X}{1 + K_4 X} = 0.829$	$\frac{K_3 X}{1 + K_4 X} = 0.821$	$\frac{K_3 X}{1 + K_4 X} = 0.821$		
$2K_4 X = 1.380$	$2K_4 X = 1.354$	$2K_4 X = 1.354$	$2K_4 X = 2.070$	
$1 + 2K_4 X = 2.380$	$1 + 2K_4 X = 2.354$	$1 + 2K_4 X = 2.354$	$1 + 2K_4 X = 3.070$	
$\frac{1 + 2K_4 X}{1 + K_4 X} = 1.408$	$\frac{1 + 2K_4 X}{1 + K_4 X} = 1.403$	$\frac{1 + 2K_4 X}{1 + K_4 X} = 1.403$		
$\frac{1 + 2K_4 X}{1 + K_4 X} - 1 = 0.408$	$\frac{1 + 2K_4 X}{1 + K_4 X} - 1 = 0.403$	$\frac{1 + 2K_4 X}{1 + K_4 X} - 1 = 0.403$		
$C_u' \left(\frac{1 + 2K_4 X}{1 + K_4 X} - 1 \right) = -0.153$	$C_u' \left(\frac{1 + 2K_4 X}{1 + K_4 X} - 1 \right) = -0.297$	$C_u' \left(\frac{1 + 2K_4 X}{1 + K_4 X} - 1 \right) = -0.252$		
$C_u'(\dots) + \frac{K_3 X}{1 + K_4 X} = 0.676$	$C_u'(\dots) + \frac{K_3 X}{1 + K_4 X} = 0.524$	$C_u'(\dots) + \frac{K_3 X}{1 + K_4 X} = 0.569$		
	$(1 + C_u') = 0.262$		$(du/db) \left(\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} \right) = 0.218$	
$C_u = -0.676$	$C_u = -1.786$	$C_u = 4.986$	$C_u = 15.630$	$C_u = -1.756$

Fig. 2



Así, por ejemplo, tenemos, en la página 20, los datos obtenidos para la estrella λ Gem: $Cy' = 0.820$; $(mag\ gb/mag\ gv) = I$ y $(db/dv) = 2.553$. Eligiendo las escalas de $(mag\ gb/mag\ gv)$ y de (db/dv) cuando Cy' es positivo, llevemos desde esas dos escalas, y desde la correspondiente a Cy' , los valores obtenidos. Para la estrella λ Gem, pues, el punto cae en un lugar que está indicado por el número romano I, en la Fig. 2. Calcúlese entonces el Cy según la fórmula I de la página 18.

Aun más, veamos los datos obtenidos para la estrella standard γ Tau (pag. 19). El Cy' de esta estrella es negativo. Llevemos, desde esas dos escalas y desde aquella correspondiente al Cy' , los valores obtenidos. El punto cae en un lugar designado por el número romano II. Calcúlese entonces el Cy por la fórmula II de la página 18.

Examinando la Fig. 2, nosotros podemos constatar los hechos siguientes:

1o) - Para $Cy' = 0$, $(mag\ gb/mag\ gv)$ y (db/dv) cualesquiera, los puntos se sitúan sobre una recta.

2o) - En una gran extensión, los puntos se sitúan todavía sobre una recta para valores pequeños de Cy' . Esta situación parece subsistir, aproximadamente, en un intervalo tal como $-0.250 < Cy' < 0.250$.

3o) - Fuera de ese intervalo aproximado, es decir, $-0.250 < Cy' < 0.250$, los puntos se sitúan sobre curvas exponenciales.

4o) - Todos los puntos recurren hacia D, el cual está perfectamente definido por las rectas CE y C'E'. Dicho en otros términos, el punto de recurrencia D está definido por los valores:

$$\begin{aligned} Cy' &= 0 \\ (mag\ gb/mag\ gv) &= I \\ (db/dv) &= 2 \end{aligned}$$

Cálculo de Cu :

Tal como fué el caso de Cy , el índice de color Cu es generalmente obtenido, también, mediante la expresión

$$Cu = \frac{Cu' - k_3 X}{1 + k_4 X},$$

donde k_3 y k_4 son los coeficientes de extinción para Cu . Por definición, pues, si Cu' es el índice de color directamente obtenido de las observaciones, entonces Cu es el mismo índice de color pero corregido en función de la extinción y de la masa de aire.

Puesto que la fórmula de arriba es del mismo género de aquella que se empleaba para obtener Cy , nosotros estaremos en la misma necesidad de introducir la misma reducción para corregir sus imperfecciones. Dicha reducción, por supuesto, dependerá también de:

$$Cu', \quad (mag\ gu/mag\ gb) \quad y \quad de \quad (du/db)$$

Las cantidades $(mag\ gu/mag\ gb)$ y de (du/db) son, por lo tanto, las mismas cantidades físicas ya vistas pero correspondientes al índice de color Cu' . Es decir, ellas son la consecuencia directa de aquellas que se han obtenido anteriormente.

$$\text{No. I: } C_u = 1 - \left[C_u' \left(\frac{1 + 2K_4 X}{1 + K_4 X} - 1 \right) + \frac{K_3 X}{1 + K_4 X} \right] - \frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b}$$

$$\text{No. II: } C_u = 1 - \left[C_u' \left(\frac{1 + 2K_4 X}{1 + K_4 X} - 1 \right) + \frac{K_3 X}{1 + K_4 X} \right] + \frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b}$$

$$\text{No. III: } C_u = \left[C_u' \left(\frac{1 + 2K_4 X}{1 + K_4 X} - 1 \right) + \frac{K_3 X}{1 + K_4 X} \right] + \left(\frac{du}{db} \right) \left(\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} \right)$$

$$\text{No. IV: } C_u = \frac{C_u' (2 + K_4 X) - K_3 X}{1 + K_4 X} + \left(\frac{du}{db} \right) \left(\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} \right)$$

$$\text{No. V: } C_u = (1 + C_u') - \left(\frac{du}{db} \right) \left(\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} \right)$$

$$\text{No. VI: } C_u = - \left[C_u' + \left(\frac{du}{db} \right) \left(\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} \right) \right]$$

$$\text{No. VII: } C_u = C_u' - \left(\frac{du}{db} \right) \left(\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} \right)$$

$$\text{No. VIII: } C_u = - \left[1 + \frac{C_u' (2 + K_4 X) - K_3 X}{1 + K_4 X} \right] + \left(\frac{du}{db} \right) \left(\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} \right)$$

$$\text{No. IX: } C_u = (1 + C_u') - \left[\frac{C_u' (2 + K_4 X) - K_3 X}{1 + K_4 X} \right] + \left(\frac{du}{db} \right) \left(\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} \right)$$

$$\text{No. X: } C_u = (1 - C_u') - \left[\frac{C_u' (2 + K_4 X) - K_3 X}{1 + K_4 X} \right] + \left(\frac{du}{db} \right) \left(\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} \right)$$

$$\text{No. XI: } C_u = -(1 + C_u') - \left[C_u' \left(\frac{1 + 2K_4 X}{1 + K_4 X} - 1 \right) + \frac{K_3 X}{1 + K_4 X} \right] - \frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b}$$

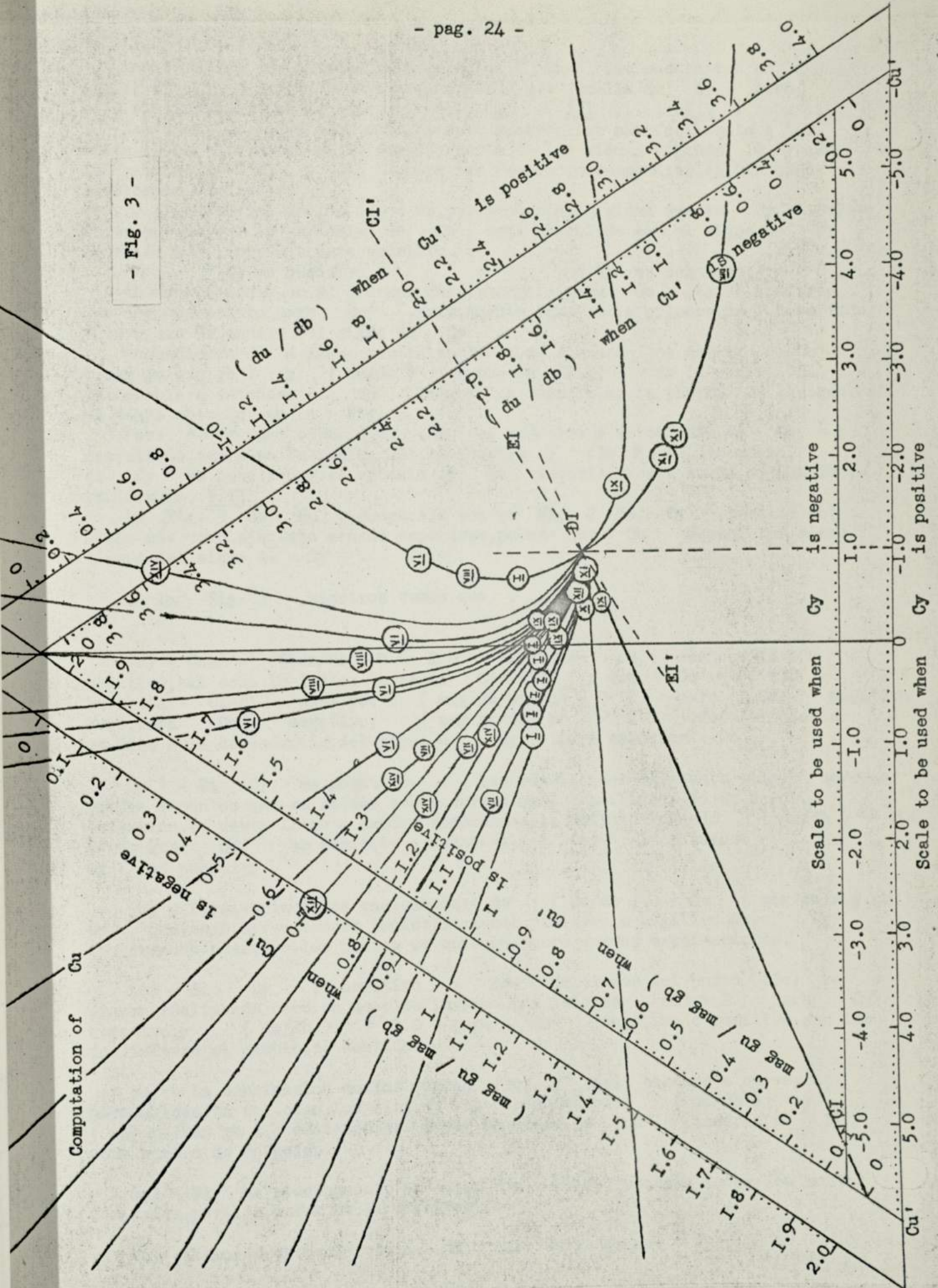
$$\text{No. XII: } C_u = \left[\frac{K_3 X + (1 + 2K_4 X)}{1 + K_4 X} + \frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} \right] / \left[C_u' \left(\frac{1 + 2K_4 X}{1 + K_4 X} - 1 \right) + \frac{K_3 X}{1 + K_4 X} \right]$$

$$\text{No. XIII: } C_u = \left[\frac{K_3 X + (1 + 2K_4 X)}{1 + K_4 X} / \left(\frac{du}{db} \right) \left(\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} \right) \right] - C_u'$$

$$\text{No. XIV: } C_u = - \left\{ \left[\frac{K_3 X + (1 + 2K_4 X)}{1 + K_4 X} / \left(\frac{du}{db} \right) \left(\frac{\text{mag } g_u}{\text{mag } g_b} \right) \right] + (1 + C_u') \right\}$$

Computation of C_u

- Fig. 3 -



Las fórmulas encontradas, para calcular Cu , se encuentran en la página 23. Ellas tienen la misma numeración que aquella de Cy , pero, para distinguirlas, se ha escrito I, II, III, ..., XIV.

Los ejemplos, dados como modelos para desarrollar más fácilmente a los cálculos, se encuentran en la segunda parte de las mismas páginas 19 y 20. Los valores de k_3 y k_4 , para las fechas correspondientes, han sido igualmente añadidos.

La organización de los datos es, por supuesto, la misma que en Cy . Solamente, puesto que la variación de Cu está vinculada con el signo de Cy , se añade una línea más para escribir:

" Cy es positivo " o " Cy es negativo "

En consecuencia, en el trazado del triángulo para Cu , ha de añadirse una segunda escala para Cu' , exactamente igual a la primera, pero invertida, y cuyo uso dependerá del signo de Cy :

Procediendo de la misma manera, entonces, se llevarán los datos Cu' , ($\text{mag } gu/\text{mag } gb$) y (du/db) sobre la Fig. 3 de la página 24. Se calculará entonces a Cu tomando la fórmula, en la página 23, según el punto obtenido en la Fig. 3.

Para λ Gem, por ejemplo, el Cy es negativo y el cálculo de Cu ha necesitado, véase en la página 20, la fórmula I. En δ Tau, encambio, el Cy es positivo y el cálculo de Cu necesitó, véase en la página 19, la fórmula VIII.

La Fig. 3 de Cu , comparada con la Fig. 2 de Cy , resulta ser mucho más compleja. Esto era de esperarse, puesto que Cu depende al mismo tiempo del signo de Cy .

En la Fig. 3, nosotros vemos que:

1o) - Cuando (du/db) = ± 2.0 según que Cu' sea positivo o negativo, tal como lo indica la recta $CI'-EI'$, y que $Cu' = \pm 1.0$, la recta $CI-DI$ pasa por ($\text{mag } gu/\text{mag } gb$) = 0 para Cu' positivo pero, para Cu' negativo, ($\text{mag } gu/\text{mag } gb$) > 2.0. Esta situación se debe a la dependencia del signo de Cy para calcular Cu .

2o) - Si Cy es positivo: Las condiciones del punto (1o) corresponden a puntos que se sitúan sobre curvas casi rectilíneas en su mayor extensión. La recta llega a quedar completamente definida cuando (du/db) = ± 2.0 , según que Cu' es positivo o negativo, y $Cu' = -I$ cuando Cy es positivo.

3o) - Para variaciones cualesquiera de (du/db) y de ($\text{mag } gu/\text{mag } gb$), Cu' pudiendo ser entonces indistintamente positivo o negativo pero Cy continuando positivo, los puntos se colocan sobre curvas exponenciales.

4o) - Si Cy es negativo: Las condiciones del punto (3o) se siguen realizando pero en sentido inverso. Los valores $Cu' = I$ para Cy negativo, y (du/db) = ± 2.0 para Cu' negativo o positivo, son los que indican el cambio de sentido.

5o) - La combinación de los puntos (3o) y (4o) conduce a curvas parabólicas. En tal caso, los ejes de las parábolas, para (du/db) y ($\text{mag } gu/\text{mag } gb$) cualesquiera según el signo de Cu' , tendrán a DI como centro de rotación.

6o) - DI es precisamente el lugar hacia donde recurren todos los puntos indicados por los datos de la observación.

7o) - El punto de recurrencia DI está definido por

$$Cu' = I$$
$$(\text{mag } gu/\text{mag } gb) = 0 ; \quad (du/db) = 2$$

Cálculo de $(B-V)'$:

Siendo a y b dos coeficientes de transformación, se tiene la costumbre de calcular $(B-V)$ mediante la expresión

$$(B-V) = a + b C_y$$

Pero, como se verá enseguida, dicha expresión es todavía imperfecta. La razón de tal imperfección se debe al hecho de que, para calcular $(B-V)$, nuevas reducciones son necesarias según lo que a continuación se explica :

1o) - La expresión $(a + b C_y)$ no es igual a $(B-V)$, conforme lo sugiere la ecuación de arriba y a la cual se la utiliza tanto, pero es solamente uno de los factores necesitados para calcular $(B-V)$.

2o) - En dicho cálculo, es necesario introducir una corrección en función del ángulo horario H.A. del astro observado. Ahora bien, para facilitar el cálculo, es más conveniente reemplazar H.A. por el número E , que de ahora en adelante representará el número de orden de la observación.

3o) - Es igualmente necesario introducir un coeficiente corrector y al cual designaremos por ϵ . La definición del coeficiente corrector ϵ será la siguiente : " ϵ es el producto de la masa de aire X por la mediana de los $(B-V)$ standards utilizados "

4o) - Conforme lo deja entender la definición mencionada, se ve, pues, que también una corrección interviene en función de la masa de aire X que corresponde al ángulo horario H.A.

Para evitar confusión con las notaciones, designemos por

$(B-V)$, el dato correspondiente a la estrella standard
 $(B-V)'$, " " " " " " estrella variable

(Por consiguiente, en el cálculo se escribirá $(B-V)$ o $(B-V)'$ según sea el caso)

Hagamos, pues,

$$y = E + 1 \quad ; \quad \delta = E + X$$

Por lo que finalmente podemos escribir

$$(B-V)' = \frac{y(a + b C_y) \pm \epsilon}{\delta}$$

De tal ecuación, es necesario calcular el coeficiente corrector ϵ . Las soluciones son numerosas, por supuesto, por el hecho de que ellas dependen de las variaciones de $(a + b C_y)$, E y de X . En otras palabras, las soluciones necesitarían ser tabuladas, lo que no es difícil, pero en cambio, para nuestros propósitos, basta por los momentos conformarnos con algunas de las soluciones imprescindibles para nuestro trabajo.

Computation of $(B-V)'$

$$(B-V)' = \frac{\gamma(a + bC_2) \pm \epsilon}{\delta},$$

where

$X = \text{Air mass}$

$E = \text{Order's number of the observation}$
and

$$\gamma = (E+1) \quad ; \quad \delta = (E+X)$$

Formulae to obtain the number ϵ

$$\text{No. 1 : } \epsilon = + X(B-V)_M \quad ; \quad \text{No. 1a : } \epsilon = - X(B-V)_M$$

$$\text{No. 2 : } \epsilon = + (X+1)(B-V)_M \quad ; \quad \text{No. 2a : } \epsilon = - (X+1)(B-V)_M$$

$$\text{No. 3 : } \epsilon = + (X^2+1)(B-V)_M \quad ; \quad \text{No. 3a : } \epsilon = - (X^2+1)(B-V)_M$$

$$\text{No. 4 : } \epsilon = + X(X+1)(B-V)_M \quad ; \quad \text{No. 4a : } \epsilon = - X(X+1)(B-V)_M$$

$$\text{No. 5 : } \epsilon = + X^2(X+1)(B-V)_M \quad ; \quad \text{No. 5a : } \epsilon = - X^2(X+1)(B-V)_M$$

$$\text{No. 6 : } \epsilon = + (X-1)(B-V)_M \quad ; \quad \text{No. 6a : } \epsilon = - (X-1)(B-V)_M$$

$$\text{No. 7 : } \epsilon = + (X^2-1)(B-V)_M \quad ; \quad \text{No. 7a : } \epsilon = - (X^2-1)(B-V)_M$$

$$\text{No. 8 : } \epsilon = + X(X-1)(B-V)_M \quad ; \quad \text{No. 8a : } \epsilon = - X(X-1)(B-V)_M$$

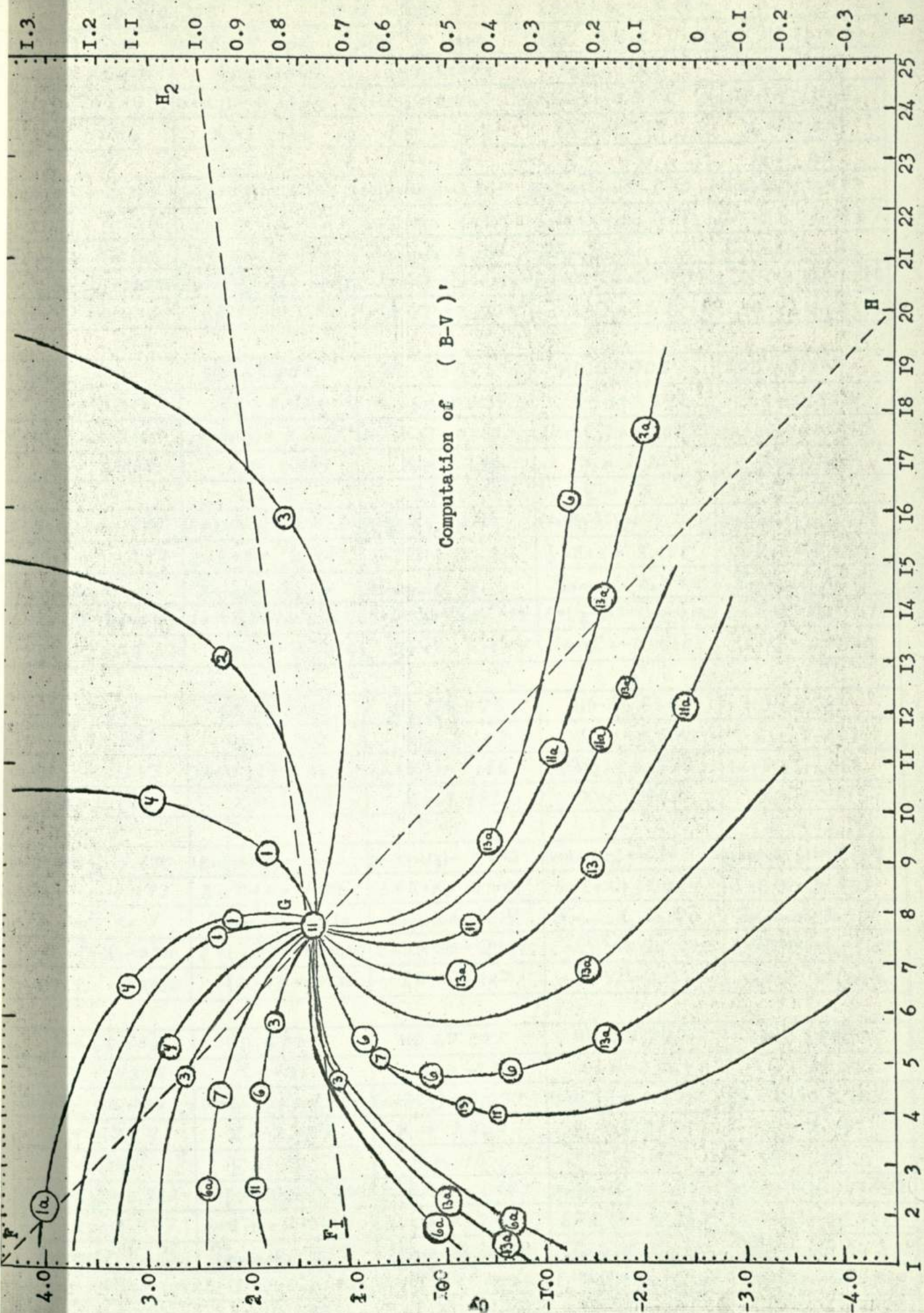
$$\text{No. 9 : } \epsilon = + X^2(X-1)(B-V)_M \quad ; \quad \text{No. 9a : } \epsilon = - X^2(X-1)(B-V)_M$$

$$\text{No. 10 : } \epsilon = + \left(\frac{X+1}{E}\right)(B-V)_M \quad ; \quad \text{No. 10a : } \epsilon = - \left(\frac{X+1}{E}\right)(B-V)_M$$

$$\text{No. 11 : } \epsilon = + \left(\frac{X-1}{E}\right)(B-V)_M \quad ; \quad \text{No. 11a : } \epsilon = - \left(\frac{X-1}{E}\right)(B-V)_M$$

$$\text{No. 12 : } \epsilon = + \left(\frac{1+X^{1/E}}{E}\right)(B-V)_M \quad ; \quad \text{No. 12a : } \epsilon = - \left(\frac{1+X^{1/E}}{E}\right)(B-V)_M$$

$$\text{No. 13 : } \epsilon = + \left(\frac{1-X}{E}\right)(B-V)_M \quad ; \quad \text{No. 13a : } \epsilon = - \left(\frac{1-X}{E}\right)(B-V)_M$$



Computation of $(B-V)$

(the number E indicates the order's number of the observation)

Observations of Saturday 27 April, 1963.

No 1 of April

 $a = 0.305$; $b = 0.281$; $(B-V)_M = 0.564$

Std. λ Gem	Std. ρ Gem	Std. κ Gem	Std. β Cnc	Std. HD 71155
$C_y = -0.549$	$C_y = 0.069$	$C_y = 2.356$	$C_y = 1.902$	$C_y = -1.004$
$(a+bC_y) = 0.151$	$(a+bC_y) = 0.3244$	$(a+bC_y) = 0.967$	$(a+bC_y) = 1.452$	$(a+bC_y) = 0.023$
$X = 1.146$	$X = 1.125$	$X = 1.125$	$X = 1.719$	$X = 2.028$
$E = 1$	$E = 2$	$E = 3$	$E = 19$	$E = 20$
$(E+1)(a+bC_y) = 0.302$	$(E+1)(a+bC_y) = 0.9732$	$(E+1)(a+bC_y) = 3.868$	$(E+1)(a+bC_y) = 29.040$	$(E+1)(a+bC_y) = 0.483$
$\delta = E+X = 2.146$	$\delta = E+X = 3.125$	$\delta = E+X = 4.125$	$\delta = E+X = 20.719$	$\delta = E+X = 22.028$
Formula No. 6a	Formula No. 13a	Formula No. 6a	Formula No. 4	Formula No. 2a
$\varepsilon = (X-1)(B-V)_M = 0.2325$	$\varepsilon = \left(\frac{1-X}{E}\right)(B-V)_M = -0.0212$	$\varepsilon = (X-1)(B-V)_M = 0.0423$	$\varepsilon = X(X+1)(B-V)_M = 1.584$	$\varepsilon = (X+1)(B-V)_M = 1.026$
$(B-V)' = 0.1176$	$(B-V)' = 0.3182$	$(B-V)' = 0.9274$	$(B-V)' = 1.4781$	$(B-V)' = -0.0246$

HD 63112	HD 63655	HD 63975	HD 64705	HD 65241
$C_y = -0.318$	$C_y = 0.955$	$C_y = -0.439$	$C_y = -1.292$	$C_y = 2.323$
$(a+bC_y) = 0.216$	$(a+bC_y) = 0.573$	$(a+bC_y) = 0.1820$	$(a+bC_y) = -0.058$	$(a+bC_y) = 0.957$
$X = 1.459$	$X = 1.481$	$X = 1.246$	$X = 1.151$	$X = 1.230$
$E = 4$	$E = 5$	$E = 6$	$E = 7$	$E = 8$
$(E+1)(a+bC_y) = 1.080$	$(E+1)(a+bC_y) = 3.438$	$(E+1)(a+bC_y) = 1.274$	$(E+1)(a+bC_y) = -0.464$	$(E+1)(a+bC_y) = 8.613$
$\delta = E+X = 5.459$	$\delta = E+X = 6.481$	$\delta = E+X = 7.246$	$\delta = E+X = 8.151$	$\delta = E+X = 9.230$
Formula No. 6	Formula No. 6	Formula No. 6	Formula No. 13a	Formula No. 7
$\varepsilon = (X-1)(B-V)_M = 0.155$	$\varepsilon = (X-1)(B-V)_M = 0.163$	$\varepsilon = (X-1)(B-V)_M = 0.084$	$\varepsilon = \left(\frac{1-X}{E}\right)(B-V)_M = -0.0073$	$\varepsilon = (X^2-1)(B-V)_M = 0.174$
$(B-V)' = 0.2262$	$(B-V)' = 0.5556$	$(B-V)' = 0.1874$	$(B-V)' = -0.0560$	$(B-V)' = 0.9520$

HD 65396	HD 65804	HD 65875	HD 66834	HD 66684
$C_y = 0.847$	$C_y = 0.102$	$C_y = 3.137$	$C_y = -0.570$	$C_y = 2.762$
$(a+bC_y) = 0.543$	$(a+bC_y) = 0.333$	$(a+bC_y) = 1.186$	$(a+bC_y) = 0.1450$	$(a+bC_y) = 1.081$
$X = 1.146$	$X = 1.254$	$X = 1.481$	$X = 1.904$	$X = 1.271$
$E = 9$	$E = 10$	$E = 11$	$E = 12$	$E = 13$
$(E+1)(a+bC_y) = 5.430$	$(E+1)(a+bC_y) = 3.663$	$(E+1)(a+bC_y) = 14.232$	$(E+1)(a+bC_y) = 1.885$	$(E+1)(a+bC_y) = 15.134$
$\delta = E+X = 10.273$	$\delta = E+X = 11.146$	$\delta = E+X = 12.481$	$\delta = E+X = 13.904$	$\delta = E+X = 14.271$
Formula No. 7	Formula No. 13a	Formula No. 4	Formula No. 11a	Formula No. 4
$\varepsilon = (X^2-1)(B-V)_M = 0.210$	$\varepsilon = \left(\frac{1-X}{E}\right)(B-V)_M = -0.049$	$\varepsilon = X(X+1)(B-V)_M = 1.245$	$\varepsilon = \left(\frac{1-X}{E}\right)(B-V)_M = -0.025$	$\varepsilon = X(X+1)(B-V)_M = 1.145$
$(B-V)' = 0.5490$	$(B-V)' = 0.3330$	$(B-V)' = 1.177$	$(B-V)' = 0.1374$	$(B-V)' = 1.0786$

HD 66956	HD 67140	HD 67725	HD 67797	HD 67880
$C_y = -0.878$	$C_y = 2.315$	$C_y = -0.835$	$C_y = -0.464$	$C_y = 1.778$
$(a+bC_y) = 0.059$	$(a+bC_y) = 0.955$	$(a+bC_y) = 0.071$	$(a+bC_y) = 0.175$	$(a+bC_y) = 0.804$
$X = 1.777$	$X = 2.154$	$X = 1.902$	$X = 2.382$	$X = 2.381$
$E = 14$	$E = 15$	$E = 16$	$E = 17$	$E = 18$
$(E+1)(a+bC_y) = 0.885$	$(E+1)(a+bC_y) = 15.280$	$(E+1)(a+bC_y) = 1.207$	$(E+1)(a+bC_y) = 3.150$	$(E+1)(a+bC_y) = 14.472$
$\delta = E+X = 15.777$	$\delta = E+X = 17.154$	$\delta = E+1 = 17.902$	$\delta = E+1 = 19.382$	$\delta = E+1 = 20.381$
Formula No. 13a	Formula No. 2	Formula No. 13a	Formula No. 6	Formula No. 3
$\varepsilon = \left(\frac{1-X}{E}\right)(B-V)_M = -0.0559$	$\varepsilon = (X+1)(B-V)_M = 1.069$	$\varepsilon = \left(\frac{1-X}{E}\right)(B-V)_M = -0.019$	$\varepsilon = (X-1)(B-V)_M = 0.129$	$\varepsilon = (X^2+1)(B-V)_M = 2.260$
$(B-V)' = 0.0596$	$(B-V)' = 0.9531$	$(B-V)' = 0.0685$	$(B-V)' = 0.1692$	$(B-V)' = 0.8209$

Observations of Sunday 28 April, 1963

N° 2 of April

$$a = 0.282 \quad ; \quad b = 0.307 \quad ; \quad (B-V)_M = 0.339$$

std. λ Gem	std. ρ Gem	std. β Cnc	std. HD 71155	std. η Hya
$C_g = -0.560$	$C_g = 0.180$	$C_g = 4.082$	$C_g = -1.004$	$C_g = -1.537$
$(a+bC_g) = 0.108$	$(a+bC_g) = 0.337$	$(a+bC_g) = 1.535$	$(a+bC_g) = -0.026$	$(a+bC_g) = -0.193$
$X = 1.085$	$X = 1.071$	$X = 1.084$	$X = 1.194$	$X = 1.152$
$E = 1$	$E = 2$	$E = 7$	$E = 9$	$E = 15$
$(E+1)(a+bC_g) = 0.216$	$(E+1)(a+bC_g) = 1.011$	$(E+1)(a+bC_g) = 12.280$	$(E+1)(a+bC_g) = -0.260$	$(E+1)(a+bC_g) = -3.040$
$\delta = E+X = 2.085$	$\delta = E+X = 3.071$	$\delta = E+X = 8.084$	$\delta = E+X = 10.194$	$\delta = E+X = 16.152$
Formula No. 13a	Formula No. 6a	Formula No. 1a	Formula No. 13a	Formula No. 11a
$\varepsilon = \left(\frac{X-1}{E}\right)(B-V)_M = -0.029$	$\varepsilon = (1-X)(B-V)_M = -0.024$	$\varepsilon = X(B-V)_M = 0.3674$	$\varepsilon = \left(\frac{1-X}{E}\right)(B-V)_M = -0.091$	$\varepsilon = \left(\frac{1-X}{E}\right)(B-V)_M = -0.0034$
$(B-V)' = 0.1175$	$(B-V)' = 0.3214$	$(B-V)' = 1.4736$	$(B-V)' = -0.0166$	$(B-V)' = -0.1914$

68194

HD 67797	HD 67880	HD 68099	HD 68099	HD 69502
$C_g = -0.333$	$C_g = 1.902$	$C_g = 1.936$	$C_g = 1.936$	$C_g = 1.180$
$(a+bC_g) = 0.180$	$(a+bC_g) = 0.866$	$(a+bC_g) = 0.876$	$(a+bC_g) = 0.876$	$(a+bC_g) = 0.644$
$X = 1.435$	$X = 1.367$	$X = 1.066$	$X = 1.115$	$X = 1.183$
$E = 3$	$E = 4$	$E = 5$	$E = 6$	$E = 8$
$(E+1)(a+bC_g) = 0.720$	$(E+1)(a+bC_g) = 4.330$	$(E+1)(a+bC_g) = 5.256$	$(E+1)(a+bC_g) = 1.932$	$(E+1)(a+bC_g) = 5.152$
$\delta = E+X = 4.435$	$\delta = E+X = 5.367$	$\delta = E+X = 6.066$	$\delta = E+X = 7.115$	$\delta = E+X = 9.180$
Formula No. 11	Formula No. 6	Formula No. 11	Formula No. 13	Formula No. 3
$\varepsilon = \left(\frac{X-1}{E}\right)(B-V)_M = 0.048$	$\varepsilon = (X-1)(B-V)_M = 0.124$	$\varepsilon = \left(\frac{X-1}{E}\right)(B-V)_M = 0.045$	$\varepsilon = \left(\frac{1-X}{E}\right)(B-V)_M = -0.006$	$\varepsilon = (X^2+1)(B-V)_M = 0.813$
$(B-V)' = 0.1731$	$(B-V)' = 0.8299$	$(B-V)' = 0.8739$	$(B-V)' = 0.2724$	$(B-V)' = 0.6498$

HD 71072	HD 71518	HD 71554	HD 71906	HD 74217
$C_g = 1.776$	$C_g = -0.931$	$C_g = 2.601$	$C_g = 0.103$	$C_g = -0.052$
$(a+bC_g) = 0.827$	$(a+bC_g) = -0.004$	$(a+bC_g) = 1.080$	$(a+bC_g) = 0.313$	$(a+bC_g) = 0.266$
$X = 1.310$	$X = 1.390$	$X = 1.204$	$X = 1.100$	$X = 1.143$
$E = 10$	$E = 11$	$E = 12$	$E = 13$	$E = 15$
$(E+1)(a+bC_g) = 9.097$	$(E+1)(a+bC_g) = -0.048$	$(E+1)(a+bC_g) = 14.040$	$(E+1)(a+bC_g) = 4.382$	$(E+1)(a+bC_g) = 4.256$
$\delta = E+X = 11.310$	$\delta = E+X = 12.390$	$\delta = E+X = 13.204$	$\delta = E+X = 14.100$	$\delta = E+X = 16.143$
Formula No. 3	Formula No. 13	Formula No. 3	Formula No. 11	Formula No. 13a
$\varepsilon = (X^2+1)(B-V)_M = 0.106$	$\varepsilon = \left(\frac{1-X}{E}\right)(B-V)_M = -0.018$	$\varepsilon = (X^2+1)(B-V)_M = 0.830$	$\varepsilon = \left(\frac{X-1}{E}\right)(B-V)_M = 0.002$	$\varepsilon = \left(\frac{1-X}{E}\right)(B-V)_M = -0.003$
$(B-V)' = 0.8137$	$(B-V)' = -0.0053$	$(B-V)' = 1.059$	$(B-V)' = 0.3109$	$(B-V)' = 0.2638$

HD 74393	HD 74815	HD 74604	HD 75333	HD 75357
$C_g = -0.627$	$C_g = 1.911$	$C_g = 1.885$	$C_g = 2.089$	$C_g = 2.338$
$(a+bC_g) = 0.089$	$(a+bC_g) = 0.486$	$(a+bC_g) = 0.860$	$(a+bC_g) = 0.923$	$(a+bC_g) = 1.000$
$X = 1.198$	$X = 1.192$	$X = 1.448$	$X = 1.306$	$X = 1.279$
$E = 16$	$E = 17$	$E = 18$	$E = 19$	$E = 20$
$(E+1)(a+bC_g) = 1.513$	$(E+1)(a+bC_g) = 8.748$	$(E+1)(a+bC_g) = 16.340$	$(E+1)(a+bC_g) = 18.460$	$(E+1)(a+bC_g) = 21.000$
$\delta = E+X = 16.152$	$\delta = E+X = 18.192$	$\delta = E+X = 19.448$	$\delta = E+X = 20.306$	$\delta = E+X = 21.279$
Formula No. 11a	Formula No. 11	Formula No. 1	Formula No. 1	Formula No. 1
$\varepsilon = \left(\frac{X-1}{E}\right)(B-V)_M = 0.004$	$\varepsilon = \left(\frac{X-1}{E}\right)(B-V)_M = 0.004$	$\varepsilon = X(B-V)_M = 0.491$	$\varepsilon = X(B-V)_M = 0.442$	$\varepsilon = (B-V)_M X = 0.094$
$(B-V)' = 0.0934$	$(B-V)' = 0.4811$	$(B-V)' = 0.8654$	$(B-V)' = 0.9308$	$(B-V)' = 0.9913$

En la página 27 se han alistado algunos de los valores obtenidos para el coeficiente corrector ϵ . Para los datos de observación correspondientes a los días 27 y 28 de Abril, 1963, las fórmulas de la página 27 están enumeradas 1, 2, 3, ..., 13 y, para los valores negativos, se ha añadido solamente el sufijo "a".

La enumeración en cuestión es solamente temporaria, es decir, ella ha sido utilizada para distinguir los casos estudiados y correspondientes a las observaciones ya mencionadas. Es evidente que las fórmulas han de ser analizadas más detenidamente y, entonces, enumeradas según el desarrollo matemático que les concierne.

Por otra parte, debe hacerse hincapié sobre el hecho de que los valores negativos, para fórmulas idénticas, no deben ser en ningún caso confundidos como simples valores aritméticos. En efecto, los valores negativos ocurren cuando :

- a) - La expresión $(a + bCy)$ es vecina del cero. En tal caso, el coeficiente corrector sería añadido o disminuído, apesar del signo de $(a + bCy)$, según el valor del número de orden E , de la observación.
- b) - De la misma manera, existe también una dependencia, en cuanto a esto, al respecto del valor de la masa de aire X .

La figura de la página 28 contiene los valores que han sido obtenidos para ϵ mediante el empleo de las fórmulas de la página 27. El número de orden $E = 20$, en la figura de la página 28, es el E máximo que corresponde solamente a las observaciones de los días 27 y 28 de Abril, 1963.

Así, pues, sobre la figura de la página 28, se adoptará el valor del coeficiente corrector ϵ según el punto sugerido por los datos X , E , Cy y $(a + bCy)$. Después de la selección, se desarrolla entonces la expresión de ϵ anotada en página 27.

Para facilitar el trabajo, resulta cómodo seguir la disposición de los datos indicada por las páginas 29 y 30. Para cada estrella, por ejemplo, dichas páginas contienen, en las últimas tres líneas, la fórmula sugerida por la figura de la página 28, el valor de ϵ calculado según el desarrollo indicado por la página 27 y el $(B-V)'$ obtenido mediante la expresión

$$(B-V)' = \frac{\gamma(a + bCy) \pm \epsilon}{\delta}$$

Nosotros hemos dicho que, para calcular $(B-V)$, se venía hasta el presente utilizando la expresión

$$(B-V) = (a + bCy)$$

Comparemos, sin embargo, mediante las páginas 29 y 30, los valores de $(a + bCy)$ y de $(B-V)'$. Nosotros podremos constatar que

- I) - Algunas veces ambos valores coinciden.
- II) - Otras veces ambos valores son un poco diferentes.
- III) - Pero por lo general, encambio, $(a + bCy)$ y $(B-V)'$ son diferentes.

Eso se explica por el hecho de que la expresión $(a + bCy)$, en lo que respecta los puntos (I) y (II), corresponde solamente a casos particulares de la ecuación

$$(B-V)' = \frac{\gamma(a + bCy) \pm \epsilon}{\delta}$$

la cual es ciertamente la ecuación general.

El análisis de la figura de la página 28 demuestra, en efecto, que el cálculo de $(B-V)$ no debe ser hecho mediante el empleo de una ecuación lineal. Nosotros nos encontramos, además, ante el hecho de que existe un punto de recurrencia G definido por

$$\begin{aligned} X(\min) & \text{ --- } E(\max) \\ Cy & = I \\ (a + bCy) & = I \end{aligned}$$

Por consiguiente, ahora estamos en medida de decir lo que sigue :

1o) - La igualdad o semi-igualdad entre las dos ecuaciones ocurre en el punto de recurrencia G o en la vecindad inmediata de dicho punto de recurrencia.

2o) - Si suponemos un $(B-V)$ ser conocido de antemano y le deseamos comparar con un $(a + bCy)$ al cual esperamos igual o casi igual al primero, esto solamente ocurriría cuando, desplazando las rectas FH y $FIH2$, el punto común " $FH-FIH2$ " de ambas rectas se situare : I) - En un lugar no muy alejado del punto de recurrencia. II) - 0, también, que dicho punto común se sitúe en un lugar que fuere precisamente la mediana de otros puntos situados en dos o más curvas exponenciales.

3o) - La condición (II) del punto (2o) se explica fácilmente. En efecto, además de que los puntos se sitúan en curvas exponenciales, podemos ver igualmente que ellos se sitúan en una espiral cuyo centro es precisamente el punto de recurrencia G . Por lo que, en adoptando el punto medio de otros puntos colocados en dos o más exponenciales, se adopta también la solución común de todos aquellos puntos que pertenecen a una misma rama de la espiral ya mencionada.

4o) - Si continuamos con la comparación de un $(B-V)$ supuesto conocido y con un $(a + bCy)$ al cual se le espera igual o casi igual al primero, se observará que la igualdad o casi igualdad va desapareciendo al paso y a medida que los puntos " $FH-FIH2$ " se alejan del punto de recurrencia.

5o) - A menos que, según el punto (3o), el punto " $FH-FIH2$ " se situare de nuevo en una rama determinada de la espiral, en la cual se encuentran otros puntos perteneciendo a varias exponenciales. En tal caso, puede otra vez ocurrir que la mencionada igualdad o casi igualdad manifieste su presencia una vez más.

Así, pues, mediante el análisis de la figura de la página 28, podemos ahora llegar a las siguientes conclusiones :

a) - Queda demostrado que la expresión $(B-V) = (a + bCy)$, a la cual se la ha utilizado para calcular $(B-V)$, tiene una validez muy limitada. Por este motivo, su empleo puede conducir a errores de interpretación en la discusión final de los resultados. En otras palabras, dicha expresión no es, de ninguna manera, la ecuación general correcta que se debe utilizar para calcular $(B-V)$.

b) - En consecuencia, el $(B-V)$ obtenido, con tal expresión tan imperfecta, nos conduciría a un color intrínseco $(B-V)$ o erróneo. La importancia de tal error dependería de lo explicado más arriba, es decir, sería negligible en algunos casos pero, en otros casos, sería un error demasiado importante.

c) - Existen ciertas estrellas para las cuales se han introducido las llamadas "correcciones", de manera a que sus colores intrínsecos den satisfacción según sus tipos espectrales ya conocidos. El punto (b) responde precisamente a esto último. En otras palabras, las "correcciones" introducidas, para ciertas estrellas, no están justificadas por sí mismas.

d) - Podemos deducir, en fin, hasta qué punto nos exponemos a interpretaciones erróneas en lo que concierne los excesos de color para las estrellas.

Computation of $(U-B)'$

$$(U-B)' = \frac{\gamma(c + dCu) \pm \epsilon_i}{\delta}$$

where

$X =$ Air mass

$E =$ Order's number of the observation
and

$$\gamma = (E+1) \quad ; \quad \delta = (E+X)$$

Formulae to obtain the number ϵ_i

$$\text{No. 1: } \epsilon_i = + X(U-B)_M \quad ; \quad \text{No. 1a: } \epsilon_i = - X(U-B)_M$$

$$\text{No. 2: } \epsilon_i = + (X+1)(U-B)_M \quad ; \quad \text{No. 2a: } \epsilon_i = - (X+1)(U-B)_M$$

$$\text{No. 3: } \epsilon_i = + (X^2+1)(U-B)_M \quad ; \quad \text{No. 3a: } \epsilon_i = - (X^2+1)(U-B)_M$$

$$\text{No. 4: } \epsilon_i = + X(X+1)(U-B)_M \quad ; \quad \text{No. 4a: } \epsilon_i = - X(X+1)(U-B)_M$$

$$\text{No. 5: } \epsilon_i = + X^2(X+1)(U-B)_M \quad ; \quad \text{No. 5a: } \epsilon_i = - X^2(X+1)(U-B)_M$$

$$\text{No. 6: } \epsilon_i = + (X-1)(U-B)_M \quad ; \quad \text{No. 6a: } \epsilon_i = - (X-1)(U-B)_M$$

$$\text{No. 7: } \epsilon_i = + (X^2-1)(U-B)_M \quad ; \quad \text{No. 7a: } \epsilon_i = - (X^2-1)(U-B)_M$$

$$\text{No. 8: } \epsilon_i = + X(X-1)(U-B)_M \quad ; \quad \text{No. 8a: } \epsilon_i = - X(X-1)(U-B)_M$$

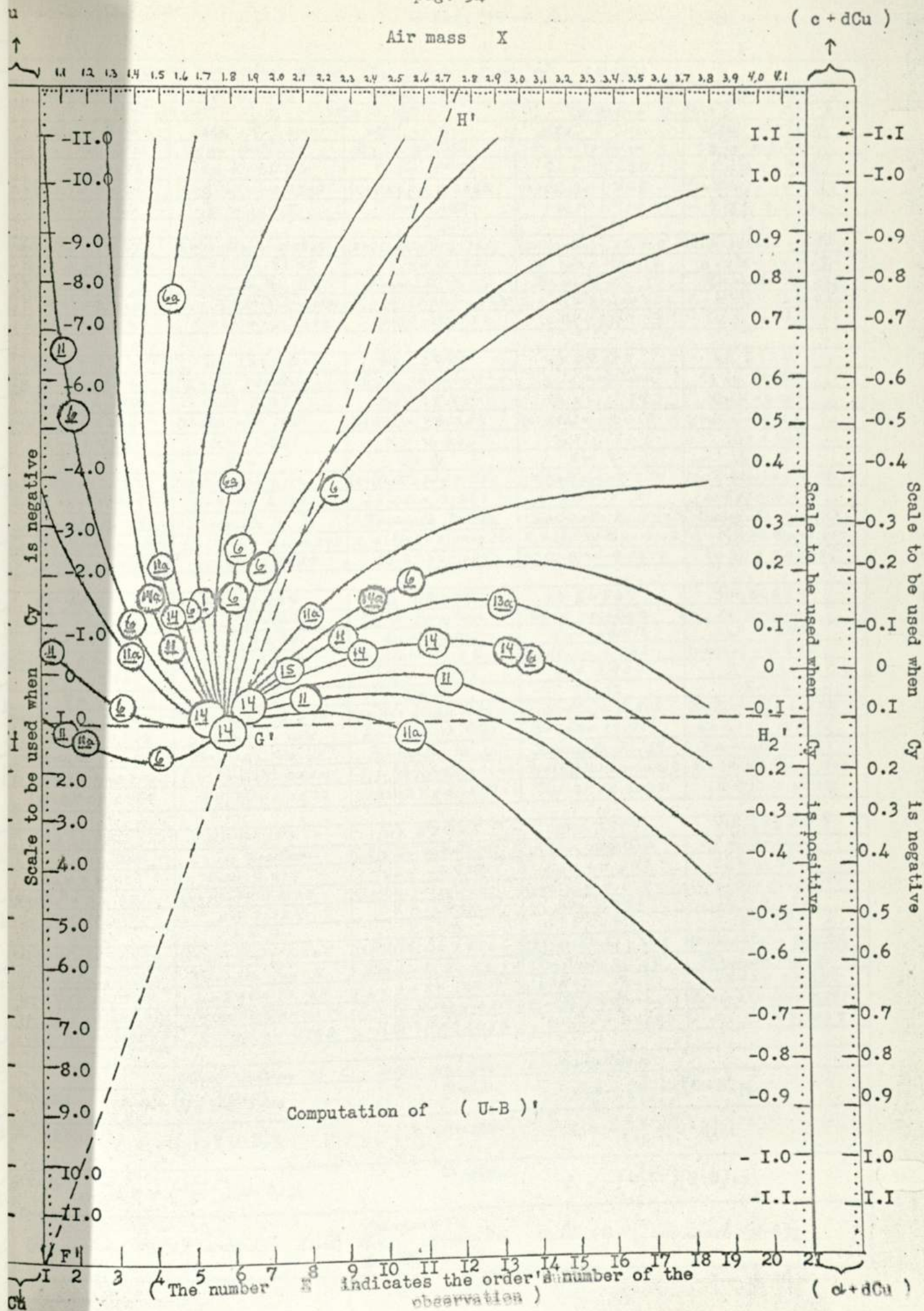
$$\text{No. 9: } \epsilon_i = + X^2(X-1)(U-B)_M \quad ; \quad \text{No. 9a: } \epsilon_i = - X^2(X-1)(U-B)_M$$

$$\text{No. 10: } \epsilon_i = + \left(\frac{X+1}{E}\right)(U-B)_M \quad ; \quad \text{No. 10a: } \epsilon_i = - \left(\frac{X+1}{E}\right)(U-B)_M$$

$$\text{No. 11: } \epsilon_i = + \left(\frac{X-1}{E}\right)(U-B)_M \quad ; \quad \text{No. 11a: } \epsilon_i = - \left(\frac{X-1}{E}\right)(U-B)_M$$

$$\text{No. 12: } \epsilon_i = + \left(\frac{1+X^E}{E}\right)(U-B)_M \quad ; \quad \text{No. 12a: } \epsilon_i = - \left(\frac{1+X^E}{E}\right)(U-B)_M$$

$$\text{No. 13: } \epsilon_i = + \left(\frac{1-X}{E}\right)(U-B)_M \quad ; \quad \text{No. 13a: } \epsilon_i = - \left(\frac{1-X}{E}\right)(U-B)_M$$



Some examples about the computation of $(U-B)'$

Observations of Saturday 27 April, 1963

n° 1 of April

$c = 0.157$; $d = 0.105$; $(U-B)_M = 0.502$

std. 2 Gem	std. P Gem	std. K Gem	std. B Cnc	std. HD 71155
C_y is negative	C_y is positive	C_y is positive	C_y is positive	C_y is negative
$C_u = -0.676$	$C_u = -1.786$	$C_u = 4.986$	$C_u = 15.630$	$C_u = -1.756$
$(c+dC_u) = 0.086$	$(c+dC_u) = -0.0305$	$(c+dC_u) = 0.6805$	$(c+dC_u) = 1.798$	$(c+dC_u) = -0.027$
$X = 1.146$	$X = 1.125$	$X = 1.125$	$X = 1.719$	$X = 2.028$
$E = 1$	$E = 2$	$E = 3$	$E = 19$	$E = 20$
$(E+1)(c+dC_u) = 0.172$	$(E+1)(c+dC_u) = -0.0915$	$(E+1)(c+dC_u) = 2.722$	$(E+1)(c+dC_u) = 35.960$	$(E+1)(c+dC_u) = -0.567$
$\delta = E+X = 2.146$	$\delta = E+X = 3.125$	$\delta = E+X = 4.125$	$\delta = E+X = 20.719$	$\delta = E+X = 22.028$
Formula No. 11	Formula No. 11a	Formula No. 6	Formula No. 1	Formula No. 13a
$\epsilon_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = 0.049$	$\epsilon_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = 0.0031$	$\epsilon_1 = (X-1)(U-B)_M = 0.063$	$\epsilon_1 = X(U-B)_M = 0.863$	$\epsilon_1 = (\frac{1-X}{E})(U-B)_M = -0.0258$
$(U-B)' = 0.1029$	$(U-B)' = -0.0303$	$(U-B)' = 0.6752$	$(U-B)' = 1.7773$	$(U-B)' = -0.0245$

HD 63112	HD 63655	HD 63975	HD 64705	HD 65241
C_y is negative	C_y is positive	C_y is negative	C_y is negative	C_y is positive
$C_u = -1.670$	$C_u = 0.273$	$C_u = -2.294$	$C_u = -1.139$	$C_u = -1.206$
$(c+dC_u) = -0.018$	$(c+dC_u) = 0.185$	$(c+dC_u) = -0.083$	$(c+dC_u) = -0.038$	$(c+dC_u) = 0.031$
$X = 1.459$	$X = 1.481$	$X = 1.246$	$X = 1.151$	$X = 1.230$
$E = 4$	$E = 5$	$E = 6$	$E = 7$	$E = 8$
$(E+1)(c+dC_u) = -0.090$	$(E+1)(c+dC_u) = 1.110$	$(E+1)(c+dC_u) = -0.581$	$(E+1)(c+dC_u) = -0.304$	$(E+1)(c+dC_u) = 0.279$
$\delta = E+X = 5.459$	$\delta = E+X = 6.481$	$\delta = E+X = 7.246$	$\delta = E+X = 8.151$	$\delta = E+X = 9.230$
Formula No. 14a	Formula No. 11	Formula No. 11a	Formula No. 14a	Formula No. 14
$\epsilon_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = -0.029$	$\epsilon_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = 0.048$	$\epsilon_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = -0.030$	$\epsilon_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = -0.005$	$\epsilon_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = 0.007$
$(U-B)' = -0.0218$	$(U-B)' = 0.1787$	$(U-B)' = -0.0843$	$(U-B)' = -0.0379$	$(U-B)' = 0.0309$

HD 65396	HD 65804	HD 65875	HD 66834	HD 66684
C_y is positive	C_y is positive	C_y is positive	C_y is negative	C_y is positive
$C_u = -1.208$	$C_u = -0.941$	$C_u = -0.019$	$C_u = -0.912$	$C_u = 2.840$
$(c+dC_u) = 0.030$	$(c+dC_u) = 0.058$	$(c+dC_u) = 0.155$	$(c+dC_u) = 0.062$	$(c+dC_u) = 0.455$
$X = 1.273$	$X = 1.254$	$X = 1.481$	$X = 1.904$	$X = 1.271$
$E = 9$	$E = 10$	$E = 11$	$E = 12$	$E = 13$
$(E+1)(c+dC_u) = 0.300$	$(E+1)(c+dC_u) = 0.638$	$(E+1)(c+dC_u) = 1.860$	$(E+1)(c+dC_u) = 0.806$	$(E+1)(c+dC_u) = 6.370$
$\delta = E+X = 10.273$	$\delta = E+X = 11.254$	$\delta = E+X = 12.481$	$\delta = E+X = 13.904$	$\delta = E+X = 14.271$
Formula No. 14	Formula No. 14	Formula No. 15	Formula No. 14	Formula No. 6
$\epsilon_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = 0.007$	$\epsilon_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = 0.006$	$\epsilon_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = 0.033$	$\epsilon_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = 0.018$	$\epsilon_1 = (X-1)(U-B)_M = 0.136$
$(U-B)' = 0.0299$	$(U-B)' = 0.0572$	$(U-B)' = 0.1517$	$(U-B)' = 0.0593$	$(U-B)' = 0.4559$

HD 66956	HD 67140	HD 67725	HD 67797	HD 67880
C_y is negative	C_y is positive	C_y is negative	C_y is negative	C_y is positive
$C_u = -2.361$	$C_u = 3.019$	$C_u = -0.922$	$C_u = -0.843$	$C_u = 0.291$
$(c+dC_u) = -0.091$	$(c+dC_u) = 0.474$	$(c+dC_u) = 0.060$	$(c+dC_u) = 0.069$	$(c+dC_u) = 0.187$
$X = 1.777$	$X = 2.154$	$X = 1.902$	$X = 2.382$	$X = 2.381$
$E = 14$	$E = 15$	$E = 16$	$E = 17$	$E = 18$
$(E+1)(c+dC_u) = -1.365$	$(E+1)(c+dC_u) = 7.584$	$(E+1)(c+dC_u) = 1.020$	$(E+1)(c+dC_u) = 1.242$	$(E+1)(c+dC_u) = 3.553$
Formula No. 14a	Formula No. 6	Formula No. 14	Formula No. 14	Formula No. 6
$\delta = E+X = 15.777$	$\delta = E+X = 17.154$	$\delta = E+X = 17.902$	$\delta = E+X = 19.382$	$\delta = E+X = 20.381$
$\epsilon_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = 0.014$	$\epsilon_1 = (X-1)(U-B)_M = 0.579$	$\epsilon_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = 0.014$	$\epsilon_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = 0.006$	$\epsilon_1 = (X-1)(U-B)_M = 0.191$
$(U-B)' = -0.0874$	$(U-B)' = 0.4758$	$(U-B)' = 0.0578$	$(U-B)' = 0.0643$	$(U-B)' = 0.1837$

Other values of ϵ_1 used in these computations

No. 14:	$\epsilon_1 = +(\frac{X-1}{2E})(U-B)_M$	No. 14a:	$\epsilon_1 = -(\frac{X-1}{2E})(U-B)_M$
No. 15:	$\epsilon_1 = +(\frac{X}{2E})(U-B)_M$	No. 15a:	$\epsilon_1 = -(\frac{X}{2E})(U-B)_M$
No. 16:	$\epsilon_1 = +(\frac{X+1}{E})(U-B)_M$	No. 16a:	$\epsilon_1 = -(\frac{X+1}{E})(U-B)_M$

Regarding $(B-V)'$ and the last three formulae, take $(B-V)_M^*$ instead $(U-B)_M$ to obtain ϵ

Some examples about the computation of $(U-B)'$

Observations of Sunday 28 April, 1963

Nº 2 of April

$\epsilon = 0.155$

$\mu = 0.117$

$(U-B)_M = 0.218$

std. 2 Gem C_y is negative $C_u = -0.486$ $(c+dC_u) = 0.098$ $X = 1.086$ $E = 1$ $(E+)(c+dC_u) = 0.196$ $\delta = E+X = 2.085$ Formula No. 11 $E_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = 0.1026$ $(U-B)' = 0.1026$	std. P Gem C_y is positive $C_u = -1.566$ $(c+dC_u) = -0.028$ $X = 1.071$ $E = 2$ $(E+)(c+dC_u) = -0.084$ $\delta = E+X = 3.071$ Formula No. 11 $E_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = 0.001$ $(U-B)' = -0.0280$	std. BCnc C_y is positive $C_u = 13.915$ $(c+dC_u) = 1.783$ $X = 1.084$ $E = 7$ $(E+)(c+dC_u) = 14.264$ $\delta = E+X = 8.084$ Formula No. 16 $E_1 = (\frac{X+1}{E})(U-B)_M = 0.121$ $(U-B)' = 1.7794$	std. HD 71155 C_y is negative $C_u = -1.756$ $(c+dC_u) = -0.050$ $X = 1.194$ $E = 9$ $(E+)(c+dC_u) = -0.500$ $\delta = E+X = 10.194$ Formula No. 1 $E_1 = X(U-B)_M = 0.260$ $(U-B)' = -0.0235$	std. η H ₂ a C_y is negative $C_u = -7.649$ $(c+dC_u) = -7.649$ $1.152 \times X = -0.740$ $E = 15$ $(E+)(c+dC_u) = -11.840$ $\delta = E+X = 16.152$ Formula No. 6a $E_1 = (X-1)(U-B)_M = -0.033$ $(U-B)' = -0.7351$
---	---	--	--	---

HD 67797 C_y is negative $C_u = -0.426$ $(c+dC_u) = 0.105$ $X = 1.435$ $E = 3$ $(E+)(c+dC_u) = 0.315$ $\delta = E+X = 4.435$ Formula No. 11a $E_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = 0.031$ $(U-B)' = 0.0640$	HD 67880 C_y is positive $C_u = 0.659$ $(c+dC_u) = 0.232$ $X = 1.367$ $E = 4$ $(E+)(c+dC_u) = 0.928$ $\delta = E+X = 5.367$ Formula No. 6 $E_1 = (X-1)(U-B)_M = 1.008$ $(U-B)' = 0.1878$	HD 68099 C_y is positive $C_u = -0.637$ $(c+dC_u) = 0.081$ $X = 1.066$ $E = 5$ $(E+)(c+dC_u) = 0.486$ $\delta = E+X = 6.066$ Formula No. 6 $E_1 = (X-1)(U-B)_M = 0.014$ $(U-B)' = 0.0820$	HD 68194 C_y is positive $C_u = -2.005$ $(c+dC_u) = -0.079$ $X = 1.115$ $E = 6$ $(E+)(c+dC_u) = -0.543$ $\delta = E+X = 7.115$ Formula No. 6 $E_1 = (X-1)(U-B)_M = 0.025$ $(U-B)' = 0.0798$	HD 69502 C_y is positive $C_u = 0.190$ $(c+dC_u) = 0.377$ $X = 1.183$ $E = 8$ $(E+)(c+dC_u) = 3.393$ $\delta = E+X = 9.183$ Formula No. 6 $E_1 = (X-1)(U-B)_M = 0.040$ $(U-B)' = 0.3735$
---	--	---	---	--

HD 71072 C_y is positive $C_u = 0.985$ $(c+dC_u) = 0.270$ $X = 1.310$ $E = 10$ $(E+)(c+dC_u) = 2.970$ $\delta = E+X = 11.310$ Formula No. 6 $E_1 = (X-1)(U-B)_M = 0.068$ $(U-B)' = 0.2686$	HD 71518 C_y is negative $C_u = -4.069$ $(c+dC_u) = -0.321$ $X = 1.390$ $E = 11$ $(E+)(c+dC_u) = -3.852$ $\delta = E+X = 12.390$ Formula No. 6a $E_1 = (X-1)(U-B)_M = 0.069$ $(U-B)' = -0.3165$	HD 71554 C_y is positive $C_u = 1.910$ $(c+dC_u) = 0.378$ $X = 1.204$ $E = 12$ $(E+)(c+dC_u) = 4.914$ $\delta = E+X = 13.204$ Formula No. 6 $E_1 = (X-1)(U-B)_M = 0.198$ $(U-B)' = 0.3872$	HD 71906 C_y is positive $C_u = -1.090$ $(c+dC_u) = 0.028$ $X = 1.100$ $E = 13$ $(E+)(c+dC_u) = 0.392$ $\delta = E+X = 14.100$ Formula No. 11 $E_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = 0.002$ $(U-B)' = 0.0279$	HD 74217 C_y is negative $C_u = -1.527$ $(c+dC_u) = -0.023$ $X = 1.143$ $E = 15$ $(E+)(c+dC_u) = -0.368$ $\delta = E+X = 16.143$ Formula No. 11a $E_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = 0.002$ $(U-B)' = -0.0229$
--	---	--	--	--

HD 74393 C_y is negative $C_u = -1.015$ $(c+dC_u) = 0.037$ $X = 1.198$ $E = 16$ $(E+)(c+dC_u) = 0.629$ $\delta = E+X = 17.198$ Formula No. 11 $E_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M =$ $(U-B)' = 0.0367$	HD 74815 C_y is positive $C_u = -1.722$ $(c+dC_u) = -0.046$ $X = 1.192$ $E = 17$ $(E+)(c+dC_u) = -0.828$ $\delta = E+X = 18.192$ Formula No. 11a $E_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = 0.002$ $(U-B)' = -0.0426$	HD 74604 C_y is positive $C_u = 2.799$ $(c+dC_u) = 0.482$ $X = 1.448$ $E = 18$ $(E+)(c+dC_u) = 9.158$ $\delta = E+X = 19.448$ Formula No. 6 $E_1 = (X-1)(U-B)_M = 0.097$ $(U-B)' = 0.4759$	HD 75333 C_y is positive $C_u = 1.020$ $(c+dC_u) = 0.274$ $X = 1.306$ $E = 19$ $(E+)(c+dC_u) = 5.580$ $\delta = E+X = 20.306$ Formula No. 6 $E_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = 0.067$ $(U-B)' = 0.2780$	HD 75357 C_y is positive $C_u = -0.697$ $(c+dC_u) = 0.074$ $X = 1.279$ $E = 20$ $(E+)(c+dC_u) = 1.554$ $\delta = E+X = 21.279$ Formula No. 11 $E_1 = (\frac{X-1}{E})(U-B)_M = 0.0733$ $(U-B)' = 0.0733$
--	--	--	--	---

Other values of E_1 used in these computations:

No. 14: $E_1 = + (\frac{X-1}{2E})(U-B)_M$	No. 14a: $E_1 = - (\frac{X-1}{2E})(U-B)_M$
No. 15: $E_1 = + (\frac{X}{2E})(U-B)_M$	No. 15a: $E_1 = - (\frac{X}{2E})(U-B)_M$
No. 16: $E_1 = + (\frac{X+E+1}{E})(U-B)_M$	No. 16a: $E_1 = - (\frac{X+E+1}{E})(U-B)_M$

Remarks:
Regarding $(B-V)'$ and the last three formulae, take $(B-V)_M$ instead $(U-B)_M$ to obtain E

Cálculo de $(U-B)'$:

Lo que se ha dicho al respecto de $(B-V)'$ se cumple igualmente en lo que concierne $(U-B)'$. Este último suele ser calculado, siendo c y d dos coeficientes de transformación, mediante la expresión

$$(U-B)' = (c + dCu)$$

Pero, en verdad, la ecuación general es

$$(U-B)' = \frac{\gamma(c + dCu) \pm \epsilon_1}{\delta}$$

La página 33 contiene las fórmulas para calcular el coeficiente corrector ϵ_1 , donde solamente interviene el cambio de la mediana de los $(U-B)$, de las estrellas standards utilizadas, en lugar del $(B-V)$. La figura de la página 34 contiene los puntos que sugieren las fórmulas de la página 33.

Los puntos de la figura de la página 34, naturalmente, vienen de los datos archivados en las páginas 35 y 36. Puesto que el Cu depende del signo de Cy , una sola línea es añadida para indicar cuando "Cy es negativo" o si "Cy es positivo". Se emplea la misma enumeración pero subrayada, en las páginas 33 y 34, con el fin de distinguir los cálculos de aquellos ya vistos en el caso de $(B-V)'$.

Se observará que, debido al hecho de que Cu depende del signo de Cy , la escala es doble para Cu y para $(c + dCu)$ en la figura de la página 34. Las curvas exponenciales de dicha figura son ligeramente diferentes, por el hecho de que las curvaturas son más pronunciadas, que aquéllas ya vistas en el caso de $(B-V)'$. Se observará también que el punto de recurrencia G' está definido por

$$\begin{aligned} X(\min) &--- E(\max) \\ Cu &= I \\ (c + dCu) &= 0.I \end{aligned}$$

En otras palabras, conforme se ve entre la comparación de los casos de Cy y de Cu , las características del $(U-B)'$ son las mismas, pero en un sentido inverso, que aquéllas del $(B-V)'$. Esta nota es demasiado importante por el hecho de que es, precisamente, este sentido inverso que define el verdadero papel del Cu y del $(U-B)'$. Nosotros no tardaremos de ver la utilidad de esto último. Por el resto, recordemos, una vez más, que los comentarios acerca de $(U-B)'$ son los mismos que aquéllos expuestos para $(B-V)'$.

De la comparación entre los puntos de recurrencia G y G' , nosotros podemos ver que

$$\begin{aligned} \text{a un} & (a + bCy) = I, \\ \text{corresponde un} & (c + dCu) = 0.I \end{aligned}$$

Por consiguiente, si representamos con I la radiancia, nosotros encontramos entonces que

$$(I) \quad \Delta(\text{mag}) = -2.5 \Delta \log_{10} I$$

Prueba final con los Cy y Cu obtenidos :

La ecuación (I) de la pag.37 nos ofrece el medio de verificar la rectitud de los valores obtenidos para Cy y Cu . Sean, en efecto,

$$\begin{aligned} A &= \text{una transformación de } Cy \\ A' &= \text{" " " " } Cu \end{aligned}$$

De la misma manera, sean

$$\begin{aligned} B &= \text{una transformación de } (a + bCy) \\ B' &= \text{" " " " } (c + dCu) \end{aligned}$$

Según la ecuación (I), nosotros podemos entonces escribir

$$\begin{aligned} (2) \quad \text{Log } A - \text{Log } A' &= -S \\ (3) \quad \text{Log } B - \text{Log } B' &= T \end{aligned}$$

El número S será siempre negativo debido a que el rango de la variación de Cu es siempre mayor que el rango de la variación de Cy . Hagamos ahora lo mismo con los du/db y db/dv . Sean entonces

$$\begin{aligned} C &= \text{una transformación de } du/db \\ C' &= \text{" " " " } db/dv \end{aligned}$$

Podemos por lo tanto escribir

$$(4) \quad \text{Log } C - \text{Log } C' = -y$$

El número y será también siempre negativo pero, esta vez, la razón es que las características de la variación de du/db son inversas a las características de la variación de db/dv . De la ecuación (4), la división del número y por -2.5 nos dará el cúmulo de los errores cometidos en las medidas. Es decir,

$$-y / -2.5 = Y = \text{Cúmulo de los errores cometidos en las medidas}$$

Por consiguiente, de las ecuaciones (2) y (3), la división del producto $-ST$ por -2.5 nos dará

$$-ST / -2.5 = Z = \text{Cúmulo de los errores cometidos en las reducciones de los datos fotométricos y en los cálculos hechos para obtener } Cy \text{ y } Cu$$

El cúmulo de los errores, tanto en Y como en Z , puede tener un rango de variación comprendido entre 0.010 y 0.030. Conviene hacer hincapié, para evitar confusiones, sobre el hecho de que ambos rangos de variación son paralelos o casi paralelos.

Es decir, si por ejemplo Y se colocare en un cierto valor comprendido en dicho rango, no debe en ninguna forma esperarse que Z se coloque en un valor muy alejado al primero. El valor obtenido para Z debe ser el mismo o, por lo menos, muy cercano al valor obtenido para Y .

Esto último es fácil de comprender. Por un lado, en efecto, nosotros obtenemos con Y el cúmulo de los errores cometido en las medidas. Pero, por otra parte, cuando calculamos Cy y Cu , y por consiguiente $(a + bCy)$ y $(c + dCu)$, nosotros estamos a la vez relacionando el cúmulo de errores de los propios cálculos con aquéllos de las reducciones de los datos fotométricos, los cuales, por supuesto, contienen implícitamente los errores introducidos en los du , db , dv .

Así, pues, debido a la tendencia de ser paralelos o casi paralelos, en lo que se refiere a los rangos de variación de Y y de Z , nosotros encontraremos que la comparación entre ambos resulta ser

$$- 0.005 < (Y-Z) < 0.005$$

Todo lo dicho hasta el presente se refiere únicamente a los cúmulos de errores cometidos en el caso de cada estrella en particular. Pero, la comparación entre sí de un número cualquiera de estrellas, y puesto que Y y Z están íntimamente relacionados también entre sí, nosotros debemos encontrar que

$$\Sigma (Y-Z) = \text{cúmulo total de los errores cometidos} = \text{constante}$$

En efecto, cualquiera que fuere el número de estrellas comparadas entre sí, y si tanto medidas como cálculos han sido bien hechos, se debe encontrar que

$$\Sigma (Y-Z) = 0.005$$

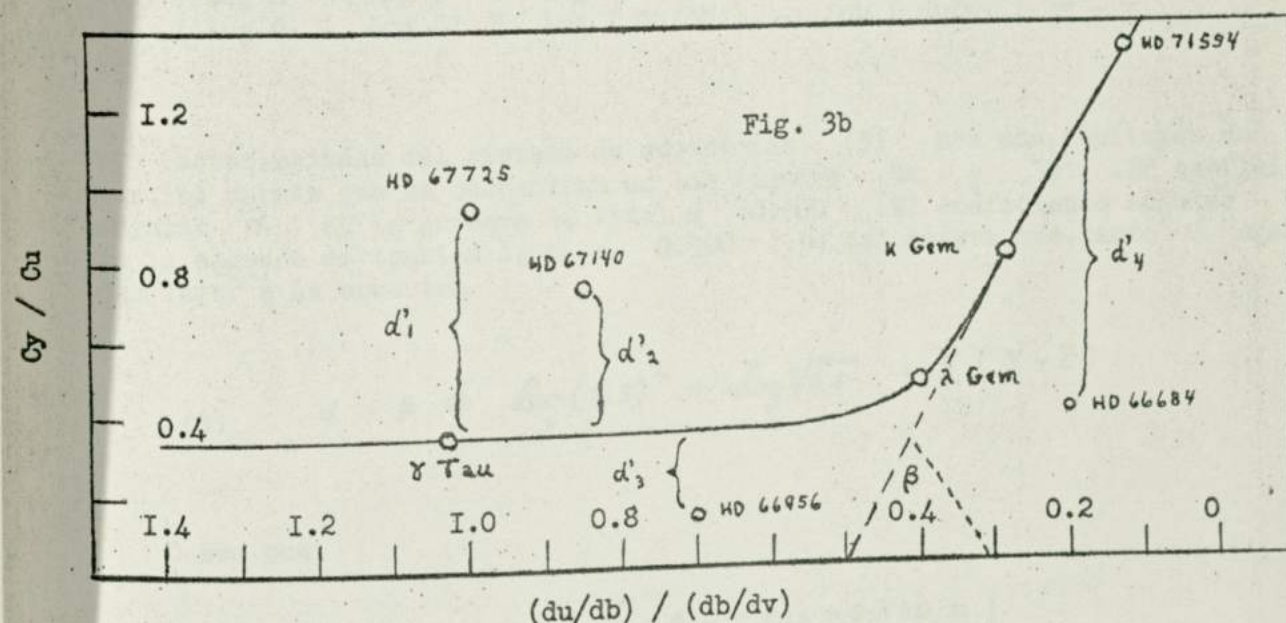
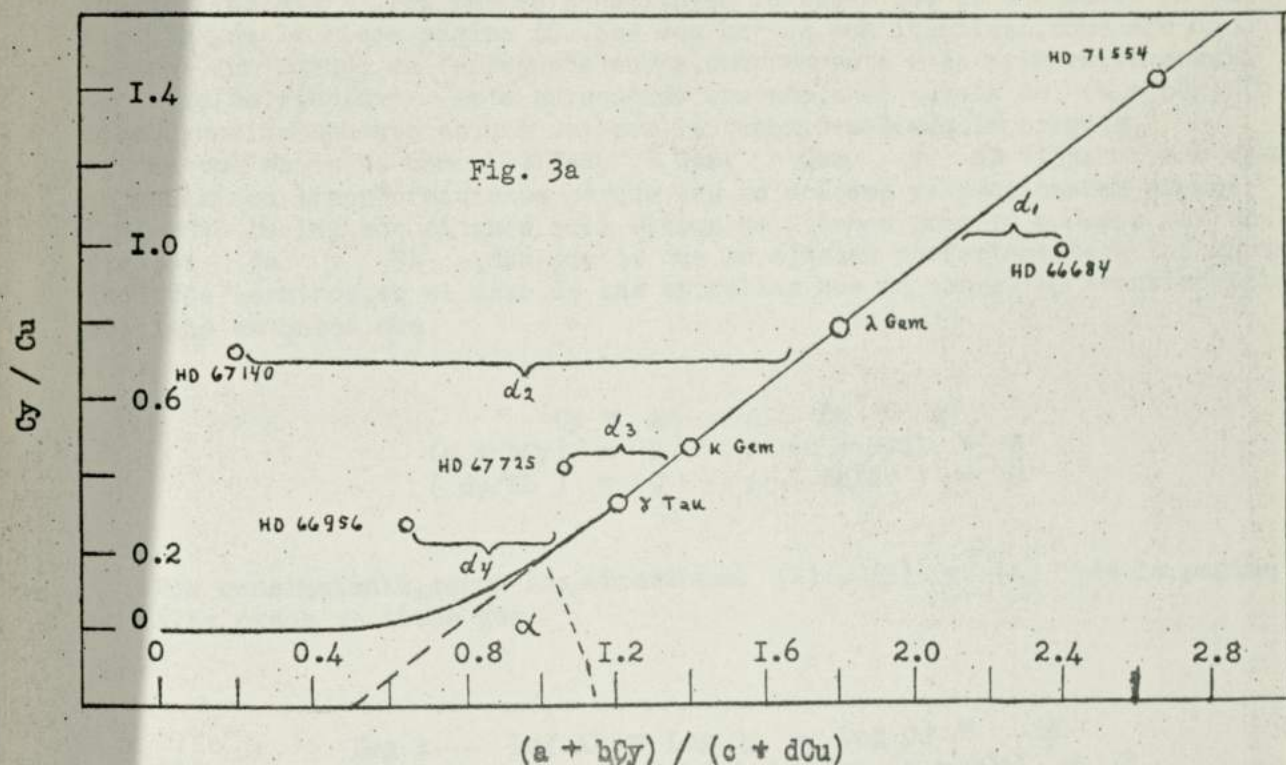
La razón de que $\Sigma (Y-Z)$ sea siempre igual a 0.005 es la siguiente: " $\Sigma (Y-Z)$ es una constante que está relacionada con el sistema de magnitudes cuya base es la diferencia - 2.5".

Explicaciones sobre el origen de las transformaciones :

Es necesario que nos expliquemos ahora el origen de las transformaciones ya citadas: A , A' , B , B' , C y C' . Pero es también necesario que, antetodo, sepamos discernir correctamente entre el contenido físico de la palabra "corrección", punto de partida de muchas confusiones, y el contenido físico de la palabra "transformación".

Se puede admitir, por convención, que ciertas características corresponden a una ecuación determinada. Si dicha ecuación no llegare a ser satisfecha por ciertas razones, es entonces necesario introducir algunas reformas de manera a reproducir fielmente la ecuación que ha sido determinada en virtud de las características ya mencionadas. Tales reformas, necesarias para corresponder a la convención establecida, se llaman "correcciones".

Explanations about the transformations A,A',B,B',C,C'



Ahora bien, cuando se trata de una ley física expresada por una ecuación matemática, las características citadas no pueden ser sujetas a una convención, pero, como es natural en este último caso, definidas según una condición puramente matemática. Por esta razón, si tales características no se someten a tal condición matemática sin modificaciones previas, es entonces cuando las características originales deben ser transformadas en otras que cumplan con la condición matemática establecida. A tales modificaciones se les llama "transformaciones".

Dicho esto, nosotros tenemos que, en las estrellas, las relaciones (Cy/Cu) y $(a + bCy)/(c + dCu)$ están perfectamente definidas por una ley física, la cual está expresada por una ecuación que veremos dentro de poco. Así mismo, las relaciones entre (Cy/Cu) y $(du/db)/(db/dv)$ están igualmente definidas por dicha ley física, en las cuales sólo existe el sentido inverso, con respecto a las primeras, y de lo que ya se habló más antes.

Debido a la ley que les rige, el conjunto de valores (Cy/Cu) y $(a + bCy)/(c + dCu)$ constituyen la curva que se encuentra en la Fig. 3a , página 40. Lo mismo ocurre con el conjunto de valores (Cy/Cu) y $(du/db)/(db/dv)$, los cuales constituyen la curva que se encuentra en la Fig. 3b , de la misma página 40 . Las dos curvas son idénticas, como era de esperar, aún cuando en la segunda curva, con respecto a la primera, la escala de $(du/db)/(db/dv)$ está en sentido opuesto a la escala de $(a + bCy)/(c + dCu)$. Dicho sentido opuesto es, una vez más lo vemos, demasiado importante.

Estrellas tales como γ Tau, λ Gem, κ Gem y HD 71554 , por ejemplo, no necesitan transformaciones porque las relaciones ya mencionadas siguen fielmente la ley que citamos aquí. Dichas relaciones, como lo podemos ver en las figuras 3a y 3b , dan puntos que se ajustan perfectamente a las curvas. En otros términos, en el caso de las estrellas que no necesitan transformaciones, se tiene entonces que

$$\begin{array}{lll} Cy = A & ; & Cu = A' \\ (a + bCy) = B & ; & (c + dCu) = B' \\ (du/db) = C & ; & (db/dv) = C' \end{array}$$

Por consiguiente, según las ecuaciones (2) , (3) y (4) de la página 38, en tales casos se tiene que

$$(5) \left\{ \begin{array}{l} \log A - \log A' = \log Cy - \log Cu = -S \\ \log B - \log B' = \log (a + bCy) - \log (c + dCu) = T \\ \log C - \log C' = \log (du/db) - \log (db/dv) = -y \end{array} \right.$$

Las soluciones del sistema de ecuaciones (5) nos dan, repitamos una vez más, las curvas que se encuentran en las figuras 3a y 3b . El coeficiente angular α de la primera es igual a 0.500 . El coeficiente angular β de la segunda es también igual a 0.500 . De tal manera que, tanto α como β , dan lugar a la ecuación

$$(6) \quad \alpha + \beta = \log (2.5)^2 + \log \sqrt{2.5} + \sum (Y-Z)$$

O sea que

$$(7) \quad \alpha + \beta = 0.500 + 0.500 = 1$$

$$(8) \quad \log (2.5)^2 + \log \sqrt{2.5} + \sum (Y-Z) = 0.796 + 0.199 + 0.005 = 1$$

Tal es la ley de la cual tanto se ha hablado ya y que está expresada por la ecuación (6) .

Algunos ejemplos de transformaciones :

Pero hay estrellas, tales como HD 66684 , HD 66956 , HD 67140 y HD 67725 , cuyas relaciones no se conforman a la ecuación (6) sin previas

modificaciones. Bajo el punto de vista gráfico, examinando las figuras 3a y 3b de la página 40, sería entonces el siguiente :

? Cuáles son las modificaciones necesarias para que las distancias dI , $d2$, $d3$, $d4$ y $d'I$, $d'2$, $d'3$, $d'4$, respectivamente, sean reducidas en tal forma que los puntos caigan exactamente sobre las curvas, cuyos coeficientes angulares α y β son iguales ambos a 0.500 ?

La respuesta a tal pregunta depende :

Para Cy y Cu :

- (1o) - De si Cy y Cu son ambos muy pequeños.
- (2o) - De si uno de ellos es muy grande con respecto al otro.
- (3o) - De si ambos son positivos.
- (4o) - De si ambos son negativos.
- (5o) - De si uno de ellos tiene signo opuesto.
- (6o) - De si ambos son demasiado grandes.
- (7o) - De si ambos son casi iguales.

Para $(a + bCy)$ y $(c + dCu)$: La mayor parte de los puntos para Cy y Cu , como es de esperarse, son también válidos en este caso. Pero, además, la relación entre ambos debe ser igual o casi igual a 2.

Para (du/db) y (db/dv) : Existe la condición de que el descarte entre los dos no sea menor que 0.025 ni mayor que 0.075.

Como podemos comprender, pues, se trata de un problema relacionado con las transformaciones sucesivas. Para fijar las ideas, veamos los ejemplos siguientes :

Ejemplo No. I : Estrella HD 66684

Antetodo, tenemos que $Cy = 2.762$ y $Cu = 2.840$

Como vemos, tanto Cy como Cu son casi iguales. Esto significa que uno de ellos no necesita transformación. Sea, entonces Cy el valor que se quedará sin ser transformado. En consecuencia,

$$Cy = A$$

Ahora bien, para transformar a Cu , hagamos primero $n1 =$ cifra entera en Cy y $n2 =$ cifra entera en Cu . O sea que, en este ejemplo, $n1 = n2$. Escribamos

$$A' = A'_1 + A'_2$$

Para las segundas transformaciones $A'I$ y $A'2$, tenemos que

$$A'_1 = \frac{Cy}{\left(\frac{2n+1}{n+1} - 1\right)} = \frac{Cy}{2/3} = 4.072$$

$$A'_2 = \left(\frac{2n+1}{n+1} - 1\right)Cu = \frac{2}{3}Cu = 1.893$$

De donde que

$$A' = A'_1 + A'_2 = 4.072 + 1.893 = 5.965$$

Así, pues,

$$\log A - \log A' = 0.439 - 0.771 = -0.332 = -S$$

Al respecto de $(a + bCy)$ y $(c + dCu)$, tenemos que

$$(a + bCy) = 1.078 ; (c + dCu) = 0.456$$

Según lo explicado en página 42, ninguno de dichos valores necesita ser transformado. Por lo que

$$(a + bCy) = B \quad y \quad (c + dCu) = B'$$

Así, pues,

$$-\{ \log B - \log B' \} = -\{ 0.032 - 0.192 \} = 0.131 = T$$

El signo negativo se debe a que $B > B'$.

Tenemos, en fin, que $(du/db) = 0.792$ y $(db/dv) = 0.731$

Tampoco necesitamos transformaciones en este caso. Por lo que

$$(du/db) = C \quad y \quad (db/dv) = C'$$

Así, pues,

$$\log C - \log C' = 0.102 - 0.136 = -0.034 = -j$$

Ejemplo No. 2 : HD 66956

En este segundo ejemplo, tenemos que $Cy = -0.878$ y $Cu = -2.361$. Debido a que Cy y Cu son negativos, necesitamos primero escribir

$$A_1 = (2n_1 + 1) - Cy \quad j \quad A'_1 = (2n_2 + 1) - Cu,$$

donde n_1 = cifra entera en el valor de Cy y n_2 = cifra entera en el valor de Cu . La transformación A es :

$$A = A_1 \cdot A'_1 = [(2n_1 + 1) - Cy][(2n_2 + 1) - Cu] = (0.122)(2.639) = 0.322$$

Sea ahora, $A'_2 = n_2$, la transformación A' es :

$$A' = A'_2 \cdot A'_1 \cdot A_1 = n_2(2n_2 + 1)[(2n_1 + 1) - Cy] = 2(5)(0.122) = 1.220$$

Por lo que

$$\log A - \log A' = \log(0.322) - \log(1.220) = -0.492 - 0.086 = -0.578 = -S$$

El punto que dan $\log A$ y $\log A'$ no cae perfectamente sobre la curva que se obtiene con tales valores. En un gráfico, en efecto, se ve que la cantidad A necesita todavía otra transformación de tercer orden. Juzgando por la curva, sería necesario que $A = -0.407$. Se ve, pues, comparando este valor con aquél que se ha obtenido, que la diferencia es pequeña. Luego, las operaciones de una transformación de tercer orden no están justificadas y, juzgando por la curva, bastaría con escribir finalmente

$$\log A - \log A' = \log(0.392) - \log(1.220) = -0.407 - 0.086 = -0.493 = -S$$

En los $(a + bCy)$ y $(c + dCu)$, nosotros tenemos que
 $(a + bCy) = 0.059$; $(c + dCu) = -0.087$

Debido a que $(a + bCy)$ es muy pequeño, hágase

$$B_1 = (a + bCy) + (2n_1 + 1) = 1.059$$

De la misma manera, debido a que $(c + dCu)$ es también pequeño y negativo, hágase

$$B'_1 = (2n_2 + 1) - (c + dCu) = 0.913$$

donde los n_1 y n_2 tienen y tendrán siempre las mismas definiciones anteriores. A parte de eso, ^{otras} propiamente hablando, no se puede considerar que ha habido realmente transformaciones. Por lo que,

$$B = B_1 \quad y \quad B' = B'_1$$

En consecuencia,

$$\log B - \log B' = 0.025 - (-0.040) = 0.065 = T$$

Con respecto a los $(du/db) = 1.297$ y $(db/dv) = 1.811$, ^{inducirían} a un descarte $-y > 0.075$ si uno de ellos no es previamente transformado. Así, pues, si dejamos a

$$(du/db) = C = 1.297$$

para el otro podemos escribir

$$C' = \frac{(db/dv)}{(du/db)} = 1.396$$

Por lo que,

$$\log C - \log C' = 0.113 - 0.145 = -0.032 = -y$$

Ejemplo No. 3 : HD 67140

En este ejemplo, $Cy = 2.315$ y $Cu = 3.019$. El Cy , pues, es grande con respecto al Cu . Hagamos entonces

$$A_1 = (2n_1 + 1)$$

Por lo que la transformación A resulta ser

$$A = \frac{Cy}{A_1} = \frac{2.315}{(2n_1 + 1)} = 0.463$$

En consecuencia, la transformación A' es

$$A' = \frac{Cu}{A_1} = 1.304$$

De donde que

$$\log A - \log A' = \log(0.463) - \log(1.304) = -0.335 - 0.115 = -0.450 = -S$$

Ahora bien, tal como ocurrió con el ejemplo No. 2, los valores de $\log A$ y de $\log A'$ dan un punto que se descarta muy ligeramente de la curva. Juzgando gráficamente, en efecto, tal punto se ajustaría perfectamente si $\log A = -0.350$ y $\log A' = 0.135$. Eso quiere decir que nuevas transformaciones son necesarias. Pero, en vista de que la diferencia entre los valores obtenidos y los requeridos es pequeña, no se ve, tampoco, ninguna justificación para nuevas operaciones y bastaría con adoptar, siempre juzgando gráficamente, los valores requeridos. Es decir,

$$\log A - \log A' = \log(0.447) - \log(1.365) = -0.350 - 0.135 = -0.485 = -S$$

El $(a + bCy) = 0.953$ y $(c + dCu) = 0.476$ de este ejemplo, con respecto a aquéllos del ejemplo No. I, son demasiado interesantes.

$$\begin{array}{ll} \text{En el ejemplo No. I,} & (a + bCy)/(c + dCu) = 2.364 \\ \text{" " " No. 3,} & (a + bCy)/(c + dCu) = 2.000 \end{array}$$

Según lo explicado en la página 42, nosotros hemos visto que las transformaciones no fueron necesarias en el caso del ejemplo No. I. Si aplicáremos el mismo principio en este ejemplo, obtendríamos

$$\log B - \log B' = \log(0.953) - \log(0.476) = -0.021 - 0.323 = -0.354 = T$$

Por una parte, T resulta negativo en este caso. Por otra parte, su valor es muy grande para lo que ha de esperarse si juzgamos por las demás estrellas.

Las figuras de las páginas 28 y 34 dan la respuesta inmediata a lo que en apariencia se presenta como un enigma. En efecto, debido a que el $(a + bCy)$ ha pasado del valor 1.000 en el ejemplo No. I, los puntos $(B-V)'$, $(U-B)'$ se sitúan respectivamente :

El $(B-V)'$ a la derecha de la recta FH y encima de la recta $FIH2$.
El $(U-B)'$ a la izquierda de la recta $F'H'$ y encima de la recta horizontal que pasa por el punto de recurrencia G' .

En el ejemplo que estudiamos ahora, encambio, para un $(c + dCu)$ casi igual a aquél del ejemplo No. I, tenemos que su $(a + bCy) < 1.000$ sitúa los puntos $(B-V)'$, $(U-B)'$, en las figuras de las páginas 28 y 34, en partes donde las curvas cambian justamente de sentido. Escribamos entonces, puesto que se trata de un caso inverso al del ejemplo No. I, lo siguiente :

$$A = \frac{(a + bCy)}{(c + dCu)} = 2.000 \quad \text{y} \quad A' = (2A + 1)(c + dCu) = 2.380$$

Lo que nos da, finalmente,

$$\log A - \log A' = -[\log(2.000) - \log(2.380)] = -[0.301 - 0.376] = 0.075 = T$$

El signo negativo corresponde al sentido inverso ya mencionado.

Casos como éstos del ejemplo No. 3, en lo que respecta a la relación $(a + bCy)/(c + dCu)$ correspondiendo a un cambio de sentido de las curvas, se manifiesta de un modo inmediato en los (du/db) y (db/dv) .

Esta manifestación inmediata se refiere al hecho de que, para tales casos, la relación $(-y/-2.5) = Y$ viene dada directamente y sin necesidad de ninguna transformación.

En efecto, siendo $(du/db) = 1.296$ y $(db/dv) = 1.147$; tenemos

$$\text{Log}(1.296) - \text{Log}(1.147) = \text{Log } C - \text{Log } C' = 0.112 - 0.096 = \frac{-3}{-2.5} = Y$$

Ejemplo No. 4 : HD 67725

En este ejemplo, $Cy = -0.835$ y $Cu = -2.038$. Así, pues, ambos son negativos. Además, bajo el punto de vista de los números relativos, Cy es demasiado grande con respecto a Cu .

Por otra parte, bajo el punto de vista simplemente numérico, entre uno y otro existe la relación

$$(Cy)^2 = \frac{Cu}{2}$$

Así, pues, hagamos

$$A = \sqrt{(2n_1+1) - Cy} = \sqrt{0.165} = 0.406$$

y, para A' , hagamos

$$A' = (2n_2+1) [(2n_1+1) - Cy] = 5(0.165) = 0.825$$

De donde que

$$\text{Log } A - \text{Log } A' = -0.392 - (-0.080) = -0.392 + 0.080 = -0.312 = -S$$

NOTA : Se recuerda, una vez más, que nI = cifra entera de Cy y $n2$ = cifra entera de Cu . Se comprenderá, por supuesto, que $nI, n2$ tendrán los significados respectivos en lo que concierne los $(a + bCy)$, $(c + dCu)$ y los (du/db) , (db/dv) . Se comprenderá, igualmente, que los $nI, n2$ se refieren solamente a los valores numéricos de las cifras enteras en los números decimales, y no a los valores relativos de tales cifras enteras en los números decimales.

Al respecto de $(a + bCy) = 0.068$ y $(c + dCu) = -0.057$, ambos valores en este ejemplo son idénticos a aquellos del ejemplo No. 2.

Pero la diferencia, entre ambos, es la siguiente :

Tanto $(a + bCy)$ como $(c + dCu)$ están disminuyendo en el ejemplo No. 2. Encambio, ambos valores están aumentado en este ejemplo.

Esto último es la razón del por qué, en este ejemplo No. 4, nosotros necesitamos una transformación de más que en el ejemplo No. 2, tal como lo veremos enseguida :

Antetodo, en vista de que ambos son muy pequeños y de que, además, uno de ellos es negativo, escribamos entonces

$$B_1 = (2n_1+1) + (a + bCy) = 1.068 ; B'_1 = (2n_2+1) - (c + dCu) = 0.943$$

Con el nI de BI , hagamos ahora

$$B_2 = \left(\frac{2n_1+1}{n_1+1} - 1 \right) = \frac{1}{2} \quad \neq \quad B'_2 = \left(1 + \frac{2n_1+1}{n_1+1} \right) = \frac{5}{2}$$

Así, tenemos que

$$B = \frac{B_2}{B_1} = \frac{1/2}{1.068} = 0.468 \quad \text{y} \quad B' = \frac{B'_2}{B'_1} = \frac{5/2}{0.943} = 2.651$$

Ahora bien, debido a la relación habida entre C_y y C_u , hemos de escribir

$$\log B + \log B' \quad \text{en lugar de} \quad \log B - \log B'$$

Por consiguiente, tenemos que

$$\log B + \log B' = \log(0.468) + \log(2.651) = -0.330 + 0.423 = 0.093 = T$$

La relación habida entre C_y y C_u , que ha naturalmente repercutido en los $(a + bC_y)$, $(c + dC_u)$, podía ser prevista mediante el examen de los (du/db) , (db/dv) .

En $(du/db) = 0.788$ y $(db/dv) = 3.588$, nosotros nos encontramos con la relación

$$(db/dv) = 2(du/db + 1)$$

Debido a esto, en comparación con el ejemplo No. 3, nosotros obtendremos de nuevo, directamente, la relación $(-y/-2.5) = Y$ con la diferencia de que, como $(a + bC_y)$ y $(c + dC_u)$ estando aumentando en este ejemplo No. 4, será necesario transformar al menos uno de los valores (du/db) , (db/dv) . Mientras que para el ejemplo No. 3, ya lo habíamos visto, ninguna transformación había sido necesaria.

Así, pues, comencemos por conservar

$$C' = (db/dv) = 3.588$$

y escribamos ahora

$$C = \frac{(1 + \frac{2n_2+1}{n_2+1})}{(du/db)} = \frac{11/4}{0.788} = \frac{11}{3.152} = 3.489$$

Así tenemos que

$$-\{\log C - \log C'\} = -\{\log(3.489) - \log(3.588)\} = 0.013 = \frac{-2}{-2.5} = Y$$

Donde el signo negativo queda explicado por todo lo que se ha dicho más arriba.

Representación gráfica de las transformaciones A , A' , etc. :

En la preparación de este escrito, se han calculado todas las transformaciones para un total de 120 estrellas. En ese total están incluidas 23 estrellas standards. De las 97 variables, 59 de ellas son astros de los cuales se posee una bibliografía muy abundante. Se ha preferido, pues, para la preparación de este escrito, elegir el restante de las variables, para las cuales muy pocas o ningunas informaciones se posee.

La razón de esta selección es someter a pruebas, con tales estrellas, el método de clasificación espectral que se propone aquí. Nosotros ya hemos visto las representaciones gráficas de sus registros, obtenidos de las observaciones.

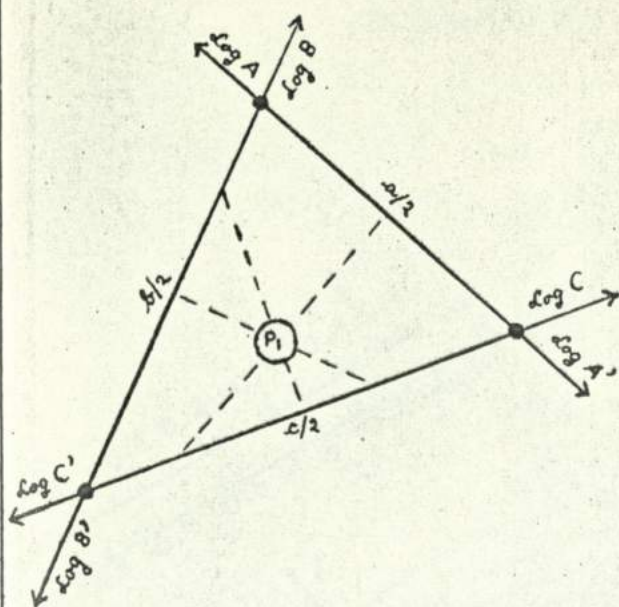
Table I

Some examples about the final test with the Cy and Cu obtained

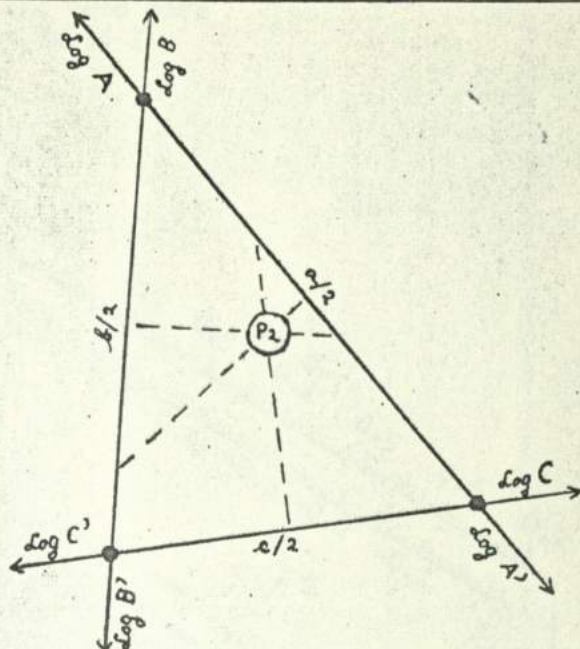
Data Star	No	Cy	Cu	a_{bCy}^+	c_{dCu}^+	$\frac{du}{db}$	$\frac{db}{dv}$	Log A	Log A'	S	Log B	Log B'	T	Log C	Log C'	Y	Z	Y-Z
Std γ Tau	1	1.769	4.841	0.990	0.820	0.931	0.904	0.258	0.696	-0.438	-0.005	-0.087	0.082	-0.031	-0.044	0.013	0.014	-0.001
Std δ Tau	2	1.744	4.826	0.980	0.820	0.972	1.899	0.273	0.715	-0.442	-0.009	-0.086	0.077	-0.013	-0.047	0.013	0.013	0
Std ϵ Tau	3	1.846	5.261	1.020	0.880	0.715	0.654	0.264	0.719	-0.455	0.008	-0.056	0.064	-0.146	-0.185	0.016	0.012	0.004
Std π 3 Ori	4	0.385	-1.130	0.450	-0.010	0.657	2.902	-0.919	-0.233	-0.686	-0.347	0.403	0.056	-0.183	-0.140	0.017	0.015	0.002
Std π 4 Ori	5	-1.205	-6.920	-0.170	-0.800	0.481	1.314	-0.457	0.073	-0.530	-0.618	-0.699	0.081	-0.142	-0.183	0.016	0.017	-0.001
Std λ Gem	6	-0.549	-0.676	0.151	0.086	0.722	2.553	-0.313	0.146	-0.459	-0.026	0.071	0.097	-0.142	-0.196	0.022	0.018	0.004
Std ρ Gem	7	0.069	-1.786	0.324	-0.030	0.597	0.733	-0.991	-0.338	-0.653	-0.118	-0.027	0.091	-0.224	-0.135	0.018	0.022	-0.004
Std κ Gem	8	2.356	4.986	0.967	0.680	0.605	1.522	0.359	0.684	-0.325	-0.015	-0.168	0.153	-0.219	0.182	0.015	0.019	-0.004
Std η II 55	10	-1.004	-1.756	0.023	0.455	0.281	0.517	0.275	0.665	-0.395	0.022	0.081	0.103	-0.251	-0.287	0.014	0.016	-0.002
Std β Cnc	9	1.902	15.630	1.452	1.798	0.256	2.332	-0.424	-0.029	-0.390	0.162	-0.254	0.092	0.027	-0.045	0.018	0.014	0.004
HD 63112	II	-0.318	-1.670	0.226	-0.022	0.891	2.004	-0.239	0.152	-0.391	0.088	-0.010	0.098	0.276	0.302	0.011	0.015	-0.004
HD 63655	I2	0.955	0.273	0.556	0.179	0.880	0.845	0.092	0.488	-0.396	0.192	0.071	0.121	-0.056	-0.074	0.018	0.019	-0.001
HD 63975	I3	-0.439	-2.294	0.187	-0.084	0.771	1.581	-0.300	0.097	-0.397	0.074	-0.037	0.112	0.248	0.199	0.020	0.018	0.002
HD 64705	I4	-1.292	-1.139	-0.056	-0.038	0.400	1.630	-0.479	0.022	-0.501	-0.050	-0.042	0.092	0.064	0.095	0.013	0.017	-0.004
HD 65241	I5	0.053	-1.206	0.320	0.031	2.219	0.478	-0.997	-0.626	-0.371	0.120	0.013	0.107	0.346	-0.321	0.011	0.015	-0.004
HD 65396	I6	0.847	-1.208	0.549	0.030	4.539	0.154	0.064	0.389	-0.325	-0.165	0.025	0.140	0.103	0.116	0.013	0.017	-0.004
HD 65875	I7	1.099	-0.019	0.614	0.152	0.194	2.012	0.110	0.439	-0.329	0.208	0.061	0.147	0.341	0.303	0.015	0.015	0
HD 65804	I8	0.102	-0.941	0.333	0.057	2.243	0.449	-0.976	-0.502	-0.474	0.024	0.101	0.101	0.351	0.389	0.016	0.019	-0.003
HD 66834	I9	-0.570	-4.257	0.137	-0.290	0.715	1.257	-0.325	-0.016	-0.309	0.055	-0.149	0.204	-0.146	0.099	0.019	0.024	-0.005
HD 66684	20	2.762	2.840	1.078	0.456	0.792	0.731	0.439	0.771	-0.332	0.032	0.456	0.131	-0.102	-0.136	0.014	0.017	-0.003
HD 66956	21	-0.878	-2.361	0.059	-0.087	1.297	1.811	-0.407	0.086	-0.493	0.025	-0.040	0.065	0.113	0.145	0.013	0.013	0
HD 67140	22	2.315	3.019	0.953	0.476	1.296	1.147	-0.350	0.135	-0.485	0.376	0.301	0.075	0.112	0.096	0.016	0.014	0.002
HD 67725	23	-0.835	-2.038	0.068	-0.057	0.788	3.588	-0.392	-0.080	-0.312	-0.330	0.423	0.093	0.542	0.555	0.013	0.012	0.001
HD 67797	24	1.263	-0.843	0.660	0.064	0.633	0.854	0.153	0.361	-0.208	0.220	0.027	0.193	0.213	0.268	0.021	0.017	0.004
HD 67880	25	1.778	0.291	0.821	0.183	0.160	1.135	0.245	0.531	-0.286	0.260	0.073	0.187	-0.398	-0.343	0.022	0.021	0.001
HD 68099	26	1.936	-0.637	0.874	0.082	0.939	0.671	0.282	0.435	-0.153	0.272	0.034	0.258	0.273	0.304	0.013	0.016	-0.003
HD 68194	27	-0.021	-2.005	0.272	0.080	1.148	0.762	0.000	0.486	-0.486	0.104	0.033	0.071	0.537	0.581	0.017	0.014	0.003
HD 69502	28	1.180	0.190	0.650	0.374	1.005	0.905	0.135	0.278	-0.143	-0.187	-0.427	0.240	0.002	-0.044	0.018	0.014	0.004
HD 71072	29	1.776	0.985	0.814	0.269	1.166	1.181	0.267	0.516	-0.249	0.258	0.103	0.155	0.061	0.077	0.016	0.015	0.001
HD 71518	30	-0.931	-4.069	-0.005	-0.316	0.651	0.742	-0.417	-0.265	-0.152	-0.002	-0.165	0.163	0.217	0.241	0.010	0.010	0
HD 71554	31	2.601	1.910	1.059	0.387	0.330	2.589	0.400	0.534	-0.134	0.025	-0.413	0.438	-0.482	0.413	0.027	0.023	0.004
HD 71906	32	0.103	-1.090	0.311	0.028	1.087	0.609	-0.989	-0.542	-0.447	0.117	0.012	0.117	-0.179	-0.252	0.028	0.024	0.004
HD 74217	33	-0.052	-1.527	0.264	-0.023	1.500	0.500	-0.019	0.172	-0.191	-0.200	0.291	0.495	0.221	-0.125	0.021	0.022	-0.001
HD 74393	34	-0.495	-2.094	0.130	-0.090	1.020	0.364	-0.300	-0.134	-0.166	0.094	-0.082	0.176	0.143	0.126	0.017	0.013	0.004
HD 74815	35	1.911	-1.722	0.481	-0.042	1.384	0.866	0.290	0.465	-0.175	0.170	-0.019	0.189	0.078	-0.125	0.019	0.015	0.004
HD 74604	36	1.885	2.799	0.865	0.476	0.335	1.085	0.297	0.469	-0.172	-0.063	-0.323	0.260	-0.475	-0.440	0.014	0.017	-0.003
HD 75333	37	0.978	1.020	0.582	0.278	0.720	2.693	0.078	0.662	-0.584	-0.235	-0.322	0.097	0.158	0.129	0.012	0.012	0
HD 75357	38	0.295	-0.697	0.372	0.073	0.562	1.417	-0.960	-0.329	0.631	0.137	0.168	0.051	0.193	0.151	0.017	0.013	0.004

The No. 1, 2, 3, ..., 38 are used here to identify the stars on Fig. 4

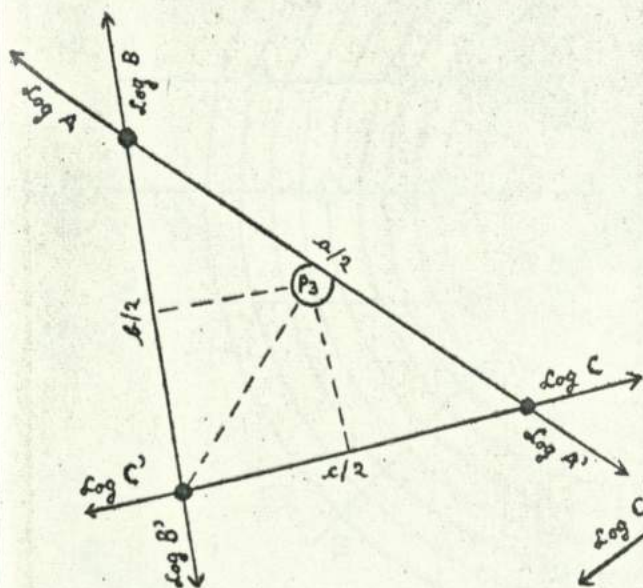
Graphic representation of the transformations A, A', B, B', C, C'



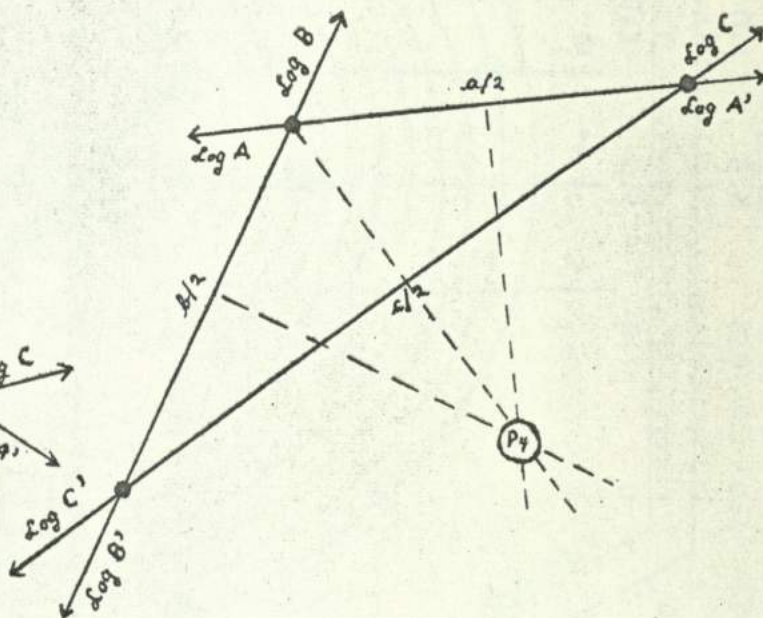
Point P1 obtained with the transformations of the first degree



Point P2 obtained with the transformations of the 2nd. degree



Point P3 obtained with the transformations of the 3rd. degree



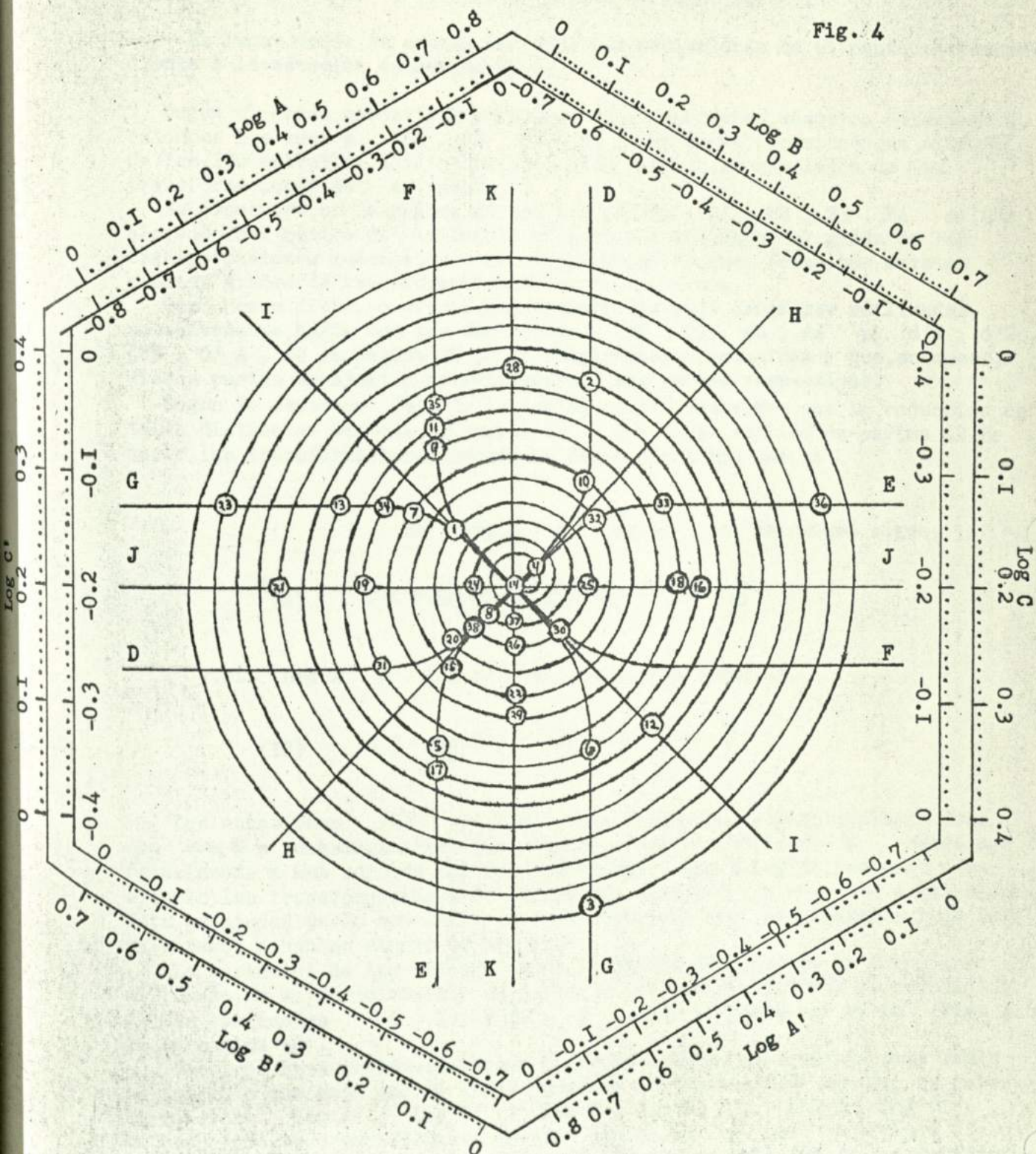
Point P4 obtained with the transformations of the 4th. degree

directas, en las páginas 7, 8, 9, ..., 16. En cuanto a las transformaciones calculadas para dichas estrellas, todos los resultados están archivados en la Tabla I de la página 48.

Puesto que la representación gráfica es incómoda empleando el nombre o el número HD de la estrella, se ha preferido utilizar los números 1, 2, 3, ..., 38 para identificarlos. Las estrellas standards observadas el 28 de Abril del 1963, cuyos datos son dados en las páginas 30 y 36, han sido reemplazadas en la Tabla I por las standards γ Tau, δ Tau, ϵ Tau, π^3 Ori y π^4 Ori, todas ellas observadas el 26 de Febrero del mismo año. La casi totalidad de las primeras standards mencionadas, en efecto, habían sido ya observadas el día 27 de Abril del año referido.

The No. 1,2,3,...,38 are used here
to identify the stars on Table I

Fig. 4



Final test with the Cy and Cu obtained

En página 49 se da una explicación sobre la manera de representar gráficamente a las transformaciones. Puesto que estamos en presencia de los tres pares de valores $\text{Log } A$, $\text{Log } A'$; $\text{Log } B$, $\text{Log } B'$ y $\text{Log } C$, $\text{Log } C'$, obtendremos entonces, por cada estrella, un triángulo cuyos lados representan a cada uno de dichos pares de valores.

Siendo dado que los coeficientes angulares α y β son iguales, es decir, $\alpha = \beta$, nosotros debemos trazar las perpendiculares en los puntos medios $a/2$, $b/2$ y $c/2$. (Véase la página 49). Así, pues :

" El lugar donde se cruzan las tres perpendiculares es el punto correspondiente a la estrella estudiada "

Según el grado necesitado para las transformaciones, nosotros obtendremos entonces los puntos P_1 , P_2 , P_3 , P_4 . No se ha necesitado, en ninguna de las 120 estrellas utilizadas para este trabajo, ir más lejos de las transformaciones de 40. grado.

Se observará, en la página 49, que los puntos P_1 , P_2 , P_3 , P_4 se van alejando del centro del triángulo al paso y a medida que el grado de las transformaciones aumenta. Esto no significa, en ninguna forma, que existen ciertos grados de transformaciones que no convienen.

Como hemos dicho, en efecto, las transformaciones deben ser utilizadas, sucesivamente, hasta que las distancias d_1 , d_2 , d_3 , d_4 y d'_1 , d'_2 , d'_3 , d'_4 , de la página 40, sean completamente reducidas y que, entonces, dichos puntos se ajusten perfectamente a sus curvas respectivas.

Según la ecuación (6) de la página 41, nosotros vemos que la reducción de tales distancias depende solamente de lo que ya se explicó en página 42. Es decir, las transformaciones sucesivas deben ser tales que :

Si $\text{Log } A$ y $\text{Log } A'$ son del mismo signo,

$$(9) \quad (\alpha + \text{Log } A) - (\beta + \text{Log } A') = S$$

y, si $\text{Log } A$ y $\text{Log } A'$ son de signos opuestos,

$$(10) \quad (\beta - \text{Log } A') - (\alpha - \text{Log } A) = S$$

Las ecuaciones (9) y (10) son obvias, por supuesto, siendo dado que $\alpha = \beta = \text{constante}$. Pero eso significa que la cantidad S puede ser relacionada a una sola de las dos cantidades $\text{Log } A$, $\text{Log } A'$, haciendo por ejemplo las transformaciones de la segunda cantidad con respecto a la primera. Esta propiedad de la cantidad S es utilizada aquí, precisamente, y de ello volveremos a hablar dentro de poco.

La variación de los triángulos de la página 49, tanto en la forma como en el tamaño, no es fortuita. Esto es debido a las características ya estudiadas de las cantidades $-S$, T y de $-y$. Esto se puede ver en la Fig. 4 de la página 50.

Nosotros necesitamos, en primer lugar, un gráfico conteniendo seis lados de manera a que cada par de lados opuestos represente cada uno de los pares de valores $\text{Log } A$, $\text{Log } A'$; $\text{Log } B$, $\text{Log } B'$ y $\text{Log } C$, $\text{Log } C'$. En cada lado se deben disponer escalas dobles, iguales pero opuestas, a fin de representar los valores positivos y negativos para cada una de las cantidades ya citadas.

La disposición de los lados no puede ser caprichosa tampoco, so pena de exponerse a errores de interpretación. Esta disposición de los lados ha de ser como sigue :

Elijamos los lados laterales para $\text{Log } C$, $\text{Log } C'$. La razón de esta selección no es, desde luego, ni necesaria ni convencional. Es solamente una cuestión de comodidad : (du/db) , (db/dv) son las medidas, ya lo dijimos, y sería más natural que ellas estén representadas por la base de los triángulos.

Por el resto, encambio, es necesario hacer lo siguiente :

Siendo dado que C' es la transformación de (db/dv) , en el lado inmediato superior debe disponerse A , que es la transformación de Cy . Entonces, por el sentido inverso del cual hemos ya hablado tanto, en el lado inmediato inferior se colocará a B' , que es la transformación de $(c + dCu)$. En consecuencia, las otras dos transformaciones ocuparán los lados opuestos que les corresponde.

La necesidad de tal disposición de los datos se explica por esto :

Cuando nosotros triangulamos las transformaciones, sin ninguna regla de disposición de los lados previamente concebida, por ejemplo, es evidente que nosotros obtendríamos igualmente las curvas de la Fig. 4. Pero eso sería simplemente el producto de un trazado geométrico, cuyo resultado es que los puntos han cambiado de posición. Pero esto no tiene sentido por el hecho de que los datos no han sido correlacionados, en tal caso, como es debido.

Dicho en otros términos, se debe concebir previamente una regla de disposición de los lados, en función de la naturaleza de los datos que deben ser estudiados. Esto es lógico.

Procediendo de tal manera, nosotros podemos observar que los puntos $I, 2, 3, \dots, 38$ no se distribuyen al azar en la Fig. 4. Por una parte, en efecto, ellos se sitúan en las curvas D, E, F, G , perfectamente definidas, y en sus sendos ejes H e I . Pero, por otra parte, también ellos se distribuyen muy exactamente sobre una espiral y en los ejes de ésta última : J y K .

Es evidente que las curvas D, E, F, G no son más que una sola curva, que ha ido sucesivamente rotando según un ángulo de 90° . Ahora bien, ¿ está el número de rotaciones relacionado con el grado máximo utilizado de las transformaciones ? Sin ninguna duda.

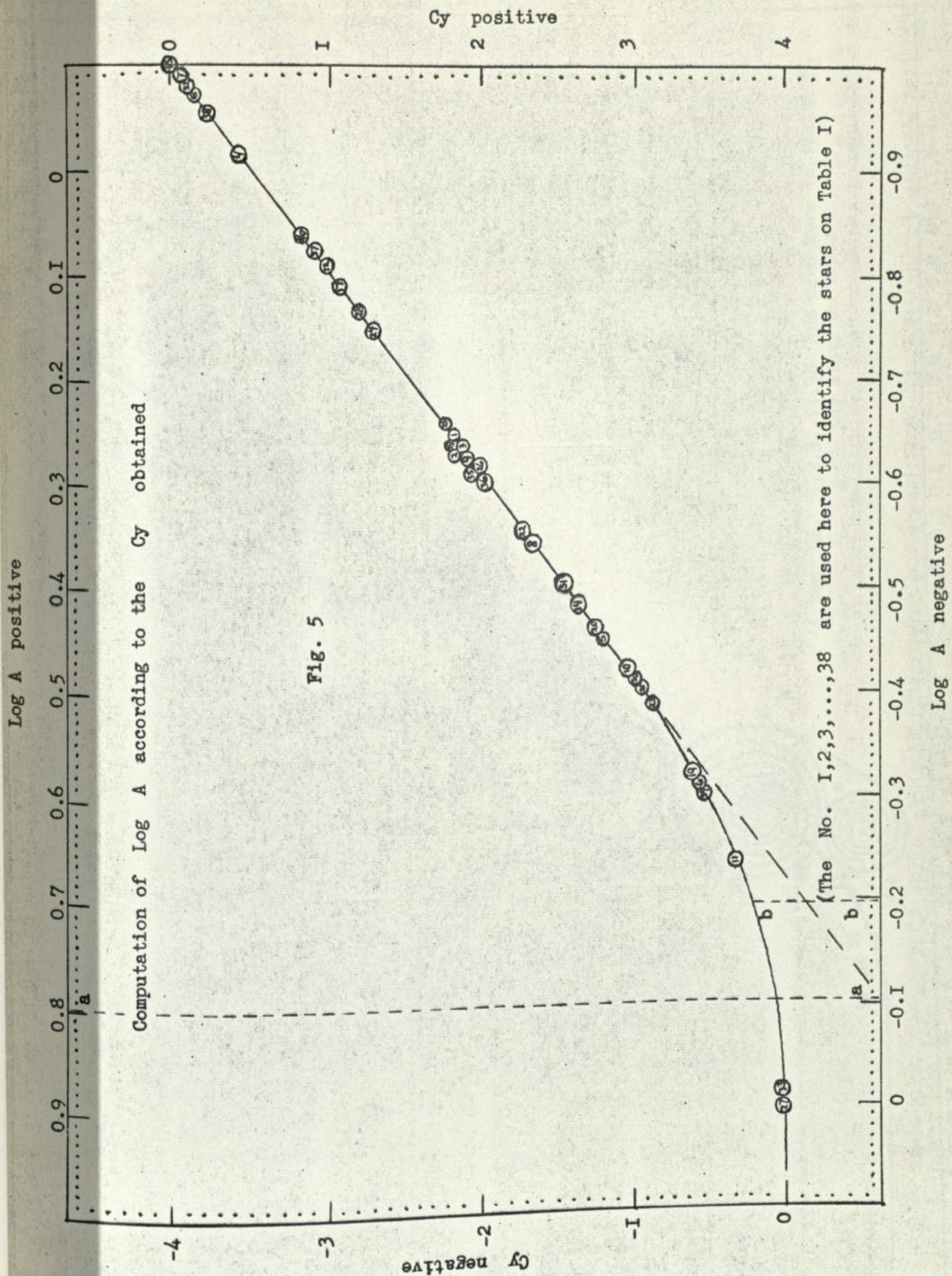
No podemos pensar, por supuesto, que las distancias $dI, d2, d3, d4$ y $d'I, d'2, d'3, d'4$, en las figuras 3a y 3b de la página 40, son simples caprichos de los números. Es decir, los grados necesitados para las transformaciones son funciones de la naturaleza de los astros estudiados. Por consiguiente, volviendo a la Fig. 4 de la página 50, los ejes H e I podrían, por ejemplo, debido a algunas razones particulares de ciertos astros, ocupar las posiciones de J y de K y, de esa manera, dar lugar a otros grados de transformaciones.

Es ésta la razón por la cual la variación de los triángulos, en la página 49, no es en ninguna forma fortuita, ni en la forma ni en el tamaño. En efecto, la triangulación de las transformaciones, mostrada en la Fig. 4, nos permite llegar a las siguientes conclusiones :

1o) - La espiral de la Fig. 4 es debido a la distribución de las estrellas según el tipo espectral.

2o) - Las curvas D, E, F, G , que son en verdad una sola curva rotando según un ángulo de 90° , representan la distribución de las estrellas según la clase de luminosidad.

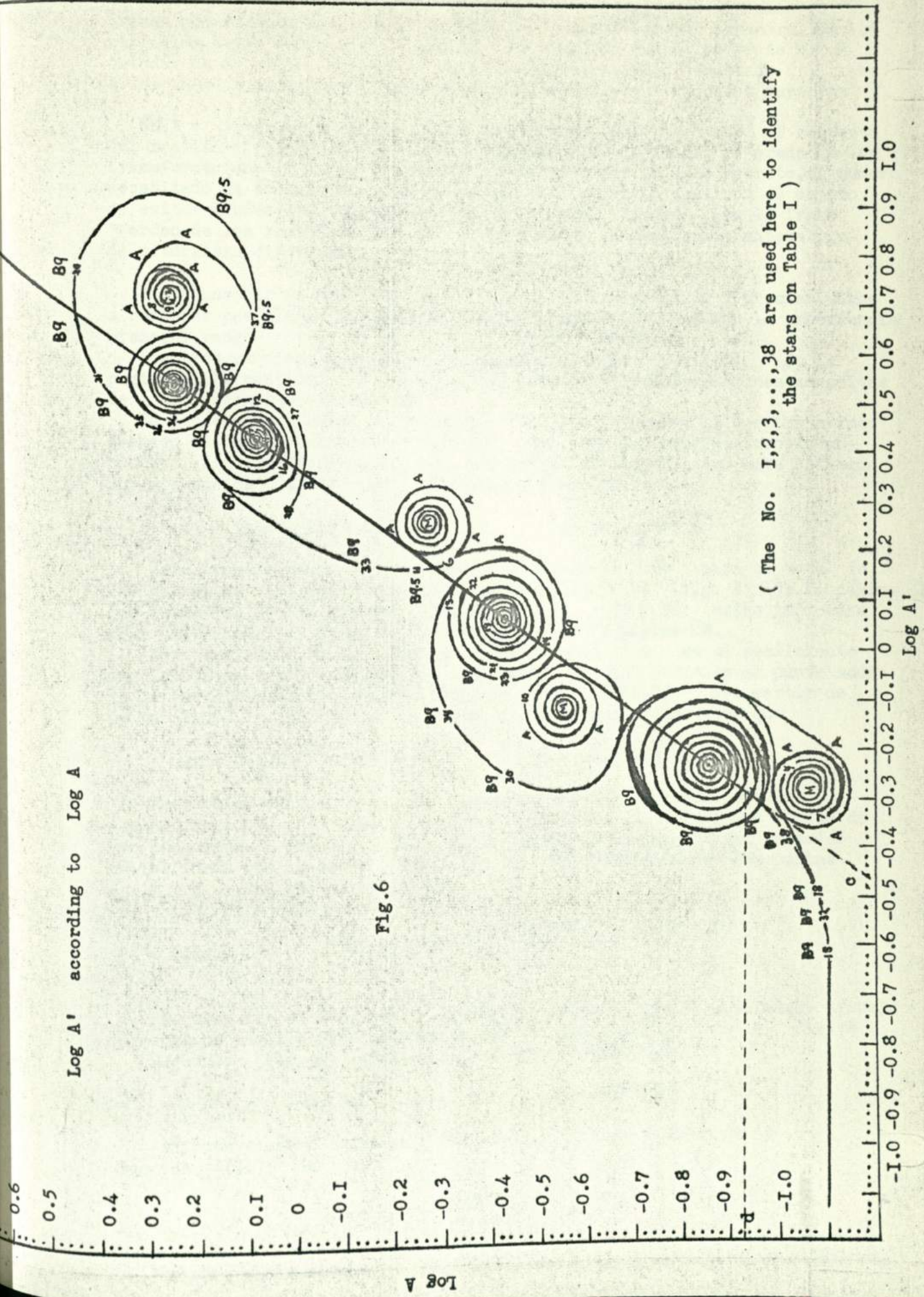
La prueba final con los Cy y los Cu mediante las transformaciones ya explicadas en sus detalles, o utilizando con tales cálculos las triangulaciones de la Fig. 4, constituiría una operación muy larga y fastidiosa. Todo lo explicado ha sido con el fin de dar demostraciones pero, para la prueba final, nosotros utilizaremos la propiedad de la cantidad S , de la cual hemos hablado hace poco.



Log A' according to Log A

Fig.6

(The No. 1,2,3,...,38 are used here to identify the stars on Table I)



Las precisiones dadas por la Fig. 4 de la página 50, sin embargo, trazan nuevos senderos para el estudio de la clasificación espectral de las estrellas. Mejor dicho, si la Fig. 4 es compleja cuando se trata de un estudio de un número elevado de astros, ella es, en cambio, demasiado útil para el estudio de estrellas interesantes por ciertos y determinados aspectos.

NOTA : Antes de continuar, sería conveniente decir algo aquí al respecto del sentido atribuido a la palabra "grado" en la frase "grado de las transformaciones". Por "grado" debe entender, en este escrito, el número necesitado de transformaciones sucesivas. Esto es dicho aquí con el objeto de evitar confusiones al respecto de la palabra "orden", en la frase "orden de las transformaciones", que implica un desarrollo matemático de naturaleza diferente.

Para concebir un medio de prueba final, a la vez práctico y preciso, vamos a comenzar por elegir un rango de variación para Cy . Según la experiencia misma, el rango $-4 < Cy < 4$ es muy aceptable.

Nosotros ya vimos que, según las ecuaciones (9) y (10) de la página 51, la cantidad S nos permite hacer las transformaciones sucesivas de Cu con respecto a Cy .

En consecuencia, según la ecuación (6) de la página 41, nuestro primer trabajo ha de consistir en relacionar Cy con sus propias transformaciones A . Es decir, necesitamos una curva $Cy, \log A$ que esté definida por dos puntos a y b , dos puntos tales que

$$a = \log(2.5)^2 \quad y \quad b = \log \sqrt{2.5}$$

Este trabajo, hecho con las transformaciones de Cy para el total de 120 estrellas ya mencionado, está representado en la Fig. 5, de la página 53. Las estrellas de las páginas 7, 8, 9, ..., 16 y 36 están indicadas allí utilizando los datos de la Tabla I de la página 48.

Nosotros vemos, en la Fig. 5, que el punto a es el coeficiente angular de la curva $Cy, \log A$. El punto b , en cambio, es el punto medio de la curvatura que se observa antes de $Cy = -1.000$ y a partir de $Cy = 3.000$. Así, pues, en la Fig. 5 nosotros encontramos que

$$a = \log(2.5)^2 = 0.796 \quad y \quad b = \log \sqrt{2.5} = 0.199$$

Ahora bien, referente a Cu , pasemos entonces a relacionar sus transformaciones A' con las transformaciones A . Luego, en virtud de las ecuaciones (6) y (7) de la página 41, hagamos dicha relación en tal forma que la curva $\log A, \log A'$ esté definida por dos puntos c y d , dos puntos tales que

$$(II) \quad d/c = (a+b) + \sum(Y-Z) + (\alpha + \beta)$$

Tal como fué el caso para $Cy, \log A$ en la Fig. 5, el mismo trabajo se ha hecho también para obtener la curva $\log A, \log A'$ de la Fig. 6. Según la Fig. 6, página 54, nosotros tenemos que

$$d = -0.930 \quad y \quad c = -0.465$$

Así, pues, siempre según la Fig. 6, el primer miembro de la ecuación (II) es

$$d/c = \frac{-0.930}{-0.465} = 2$$

Por otra parte, según la Fig. 5 y las ecuaciones (7) y (8) de

la pagina 4I, el segundo miembro de la ecuacion (II) es

$$(a+b) + \sum (Y-Z) + (\alpha + \beta) = [\log(2.5)^2 + \log \sqrt{2.5} + 0.005] + (0.500 + 0.500) = 2$$

Este número "2" que encontramos aquí significa lo siguiente :

" La Fig. 5 no es otra cosa que D/2, E/2, F/2, G/2 en la Fig. 4 " .

Tenemos con la Fig. 6 , además, un resultado muy interesante :

" Los puntos Log A, Log A' son los responsables de la espiral en la Fig. 4 " .

En cuanto al significado de la Fig. 5 , o de las rotaciones D/2, E/2, F/2 en la Fig. 4 de la página 50, de las cuales ya hemos comentado en la página 52, ya tendremos pronto la oportunidad de explicarlo en cuanto conversemos sobre la clase de luminosidad de las estrellas.

Del análisis de la Fig. 6 , nosotros podemos constatar que :

1o) - Las espirales están compuestas de dos rollos, el más pequeño correspondiendo a las estrellas más frías y el más grande correspondiendo a las estrellas más calientes.

2o) - Cuando Log A y Log A' aumentan, el rollo espiral pequeño cambia de lado sucesiva y alternativamente. Pero, mientras esto ocurre con el rollo espiral pequeño, el grande siempre se mantiene centrado sobre la curva.

3o) - Ambos rollos se cierran de más en más con el aumento ya citado.

4o) - El núcleo del rollo pequeño corresponde a las estrellas más frías.

5o) - El otro núcleo corresponde a las estrellas más calientes.

6o) - Ambos rollos espirales están correlacionados por curvas que son elipsoidales.

7o) - Dichas curvas elipsoidales van de las estrellas más frías a las estrellas más calientes.

8o) - Parece existir una zona crítica. Dicha zona está definida por el $\log A = 0.2$, $\log A = 0$ y, bien entendido, los valores respectivos de $\log A'$.

9o) - Es, precisamente, a partir de tales valores cuando la pareja de rollos espirales comienzan a disminuir de tamaño.

10o) - Juzgando por lo que ocurre con la disminución de tamaño de los rollos espirales cuando Log A y Log A' aumentan, se diría que las estrellas, mientras que por un lado siguen agrupadas según la secuencia espectral, por otro lado parecen al mismo tiempo evolucionar, siempre dentro de la secuencia espectral, según un nuevo factor que queda por identificar.

11o) - La Fig. 6 , en su conjunto, parece sugerir que la parte baja de la curva está reservada a las estrellas muy frías mientras, en sentido opuesto, se diría que la parte superior está reservada a las estrellas muy calientes.

I2o) - Según lo que se ha dicho en el punto (I0o) ,y en vista de la existencia de un nuevo factor que queda por identificar,también habrán,pues, parejas de valores $\text{Log A}, \text{Log A}'$ diferentes por cada posición de la pareja de rollos espirales sobre la curva de la Fig. 6 .

I3o) - Según el punto (I2) ,por lo tanto,~~diferentes~~ estrellas de un mismo tipo espectral tendran $\text{Log A}, \text{Log A}'$ diferentes.

I4o) - El punto (I3o) ,en fin,es una consecuencia del nuevo factor del cual la existencia queda confirmada.

Calculo de $\text{Log A}'$:

De la Fig. 6 nosotros vemos que no es posible obtener directamente el valor de $\text{Log A}'$ en función de Log A .Así,pues,para transformar la cantidad A' con respecto a la cantidad A ,conforme se ha sugerido en la página 55,nosotros necesitamos acudir a una cantidad auxiliar a la cual llamaremos $A'I$,con el objeto de recordar su origen.

En la Fig. 6 ,por otra parte,nosotros constatamos que la pareja de valores $\text{Log A}, \text{Log A}'$ debe ser considerada de un modo diferente tanto para las estrellas muy frías como para las estrellas muy calientes.En otros términos,para estudiar las estrellas con los $\text{Log A}, \text{Log A}'$,es necesario escoger estrellas con temperaturas intermedias.Es la razón por la cual,para este escrito,se ha escogido las estrellas de tipo espectral B .

Nuestro punto de partida,para los cálculos,será ahora la Fig. 5 de la página 53,la cual nos da directamente Log A en función de Cy . Se hace hincapié,antes de continuar,sobre la necesidad de ser cauteloso en las lecturas hechas en la Fig. 5 .Esto es debido al hecho de que, para valores muy pequeños o muy grandes de Cy ,uno se sitúa en las dos extremidades de la curva.Es entonces cuando,por ejemplo,a un Cy positivo podría corresponder un Log A negativo.Esto suele ocurrir mas frecuentemente con los valores positivos muy pequeños o muy grandes de Cy ,pues, con los valores negativos,tales dificultades,ocurren con mucho menos frecuencia.De todos los modos,la Tabla I ^{curva curva de referencias} de la página 48.En fuera de tales valores,a todo Cy positivo debe corresponder un Log A positivo y,recíprocamente,la misma cosa para los valores negativos.

Ahora bien,para calcular $A'I$ en función de A ,en lugar de ser en función de A' ,nosotros recurriremos a la vía indirecta que nos proporciona la cantidad S .El problema puede ser expuesto de la manera siguiente :

" Encontrar una curva $\text{Log A}, \text{Log A'I}$ que,para valores positivos, esté definida por los puntos a, b, c, d ya conocidos.Encontrar la misma curva que,para valores negativos,esté definida por los mismos puntos a, b y por otros dos puntos e, f " .

Los dos ultimos puntos e, f deben ser tales que

$$e = - \frac{\alpha\beta}{(c+d)^2} = -0.128$$

$$y \quad f = -\alpha\beta = -0.250$$

Esto quiere decir que,para valores positivos,la pareja de puntos a, b y e, f limitarán a la región donde se podrá hacer lecturas de Log A'I en función de Log A .Por otra parte,la pareja de puntos a, b y e, f nos descartaran,para los valores negativos,la parte de la curva donde no se puede hacer tales lecturas.

Los cálculos han sido hechos y representados gráficamente en las figuras 7a y 7b. Los cálculos fueron divididos en intervalos $0.1 < \log A < 0.2$, $0.2 < \log A < 0.3$, etc. y $0 > \log A > -0.1$, $-0.1 > \log A > -0.2$, etc, con el objeto de reducir los errores a su mínima expresión. Así, pues, cada vez que se quiera obtener $\log A'I$ en función de $\log A$, se elegirá la curva correspondiente al intervalo de $\log A$.

La correspondencia entre A' y $A'I$ es ahora tal que,

según la ecuación	(I)	de la página	37
" " "	(8)	" " "	41
" " "	(10)	" " "	51
" " "	(II)	" " "	55

nosotros tenemos entonces :

$$S = \left\{ \left[(\alpha + \beta) - \frac{\alpha\beta}{(c+d)} \right] \log A' + \frac{\alpha\beta}{10(c+d)} \right\} - \left[\frac{10\alpha\beta}{(c+d)^2} (\log A'_1)^2 + \frac{\alpha\beta}{(c+d)^3} (\log A'_1)^3 \right]$$

$$(I2) \quad S = \left\{ \left[1 - \frac{\alpha\beta}{(c+d)} \right] \log A' + \frac{\alpha\beta}{10(c+d)} \right\} - \left[\frac{10\alpha\beta}{(c+d)^2} + \frac{\alpha\beta}{(c+d)^3} \right] (\log A'_1)^2$$

$$S = (0.821 \log A' - 0.018) - (1.280 - 0.091) (\log A'_1)^2$$

$$S = (0.821 \log A' - 0.018) - 1.189 (\log A'_1)^2$$

Ahora no nos ^{queda} más que calcular cuatro coeficientes, según la ecuación (I2), para establecer las ecuaciones nuevas que necesitamos. Llamemos a tales coeficientes por I, II, III y IV. Así, pues, según la ecuación (I2), nosotros tenemos que

$$\text{Coeficiente I} = 1.189 - \frac{2.5\alpha\beta}{10(c+d)} = 1.189 + 0.044 = 1.233$$

$$\text{Coeficiente II} = 0.821 - \frac{2.5\alpha\beta}{10(c+d)} - \Sigma(Y-Z) = 0.821 + 0.044 - 0.005 = 0.860$$

$$\text{Coeficiente III} = \frac{0.860}{1.233} = 0.697$$

$$\text{Coeficiente IV} = 0.697 - \frac{\alpha\beta}{10(c+d)} + \Sigma(Y-Z) = 0.697 + 0.018 + 0.005 = 0.720$$

Nosotros necesitamos los tres primeros coeficientes I, II, y III para preparar definitivamente la ecuación $\text{Log } A'$. Esta ecuación, pues, es la siguiente :

Cuando $\text{Log } A$ es positivo

$$(I3) \quad \text{Log } A' = 1.233 \text{Log } A_1 - 0.860 \text{Log } A + 0.697 \text{Log } A_1 \text{Log } A$$

Cuando $\text{Log } A$ es negativo

$$(I4) \quad \text{Log } A' = - \left\{ 0.860 \left(\frac{\text{Log } A}{-2.5} \right) + \left[1.233 \text{Log } A_1 + 0.697 \text{Log } A_1 \left(\frac{\text{Log } A}{-2.5} \right) \right] \right\}$$

Así, pues, la naturaleza de la ecuación $\text{Log } A'$ explica fácilmente ahora la forma de las curvas contenidas en las figuras 7a y 7b. En efecto, cada curva 0.1, 0.2, 0.3, etc. o -0.1, -0.2, -0.3, etc. corresponde fielmente a cada rama de la espiral, de las estrellas B, en la Fig. 6. De la misma manera, la parte recta de las curvas de las figuras 7a y 7b representa el núcleo de la espiral mencionada.

Con el coeficiente IV, en fin, tendremos la ecuación que nos dará el tipo espectral de las estrellas B. Llamemos R_1 tal ecuación, con el fin de designar por R_2 el número que nos dará la clase de luminosidad y de la cual hablaremos más adelante.

Así, pues, cuando $\text{Log } A$ es positivo y tomando entonces el $\text{Log } A'$ que corresponde al caso,

$$(I5) \quad R_1 = \text{Log } A' - 0.720 [-0.697 \text{Log } A_1 \text{Log } A]$$

Cuando $\text{Log } A$ es negativo y lo mismo concerniente a $\text{Log } A'$,

$$(I6) \quad R_1 = \text{Log } A' - 0.720 \left[0.697 \text{Log } A_1 \left(\frac{\text{Log } A}{-2.5} \right) \right]$$

- pag 1 -

Infiernillo High Altitude Observatory

Telescope: 16"		Amplifier: 1230-A				Date: Saturday,				
Filters: U,B,V		Cell: 1P21				27 April, 1963.				
Star	std.	std.	std.	std.	std.	HD	HD	HD	HD	HD
Date	α Gem	ρ Gem	κ Gem	β Cnc	HD 71155	63 112	63 655	63 975	64 705	65 241
α	7h 15 ^m	7h 26 ^m	7h 41 ^m	8h 13 ^m	8h 23 ^m	7h 44 ^m	7h 47 ^m	7h 49 ^m	7h 53 ^m	7h 55 ^m
δ	+16° 38'	+31° 53'	+24° 31'	+9° 20'	-3° 45'	-12° 33'	-13° 14'	+1° 54'	+23° 45'	+7° 21'
HA	2h 1 ^m	2h 2 ^m	1h 56 ^m	3h 38 ^m	3h 43 ^m	2h 2 ^m	2h 7 ^m	2h 3 ^m	2h 7 ^m	2h 14 ^m
L.C.T.	20h 21 ^m	20h 33 ^m	20h 42 ^m	23h 4 ^m	23h 19 ^m	20h 51 ^m	20h 59 ^m	21h 5 ^m	21h 13 ^m	21h 22 ^m
S.T.	9h 16 ^m	9h 28 ^m	9h 37 ^m	11h 51 ^m	12h 6 ^m	9h 46 ^m	9h 54 ^m	9h 52 ^m	10h 0 ^m	10h 9 ^m
X	1.146	1.125	1.125	1.719	2.028	1.459	1.481	1.246	1.151	1.230
dv	0.528	2.500	1.042	1.758	3.150	0.435	1.143	0.874	1.082	1.924
db	1.348	1.832	1.586	4.100	1.629	0.872	0.966	1.382	1.764	0.831
du	0.973	1.094	0.960	1.050	0.459	0.757	0.850	1.065	0.706	1.844
Gv,Gb,Gu	0.01/0.001/0.1	0.01/0.01/0.01	1/0.033/0.1	0.73/0.33/3.3	0.73/1/3.3	0.033/0.01/0.1	3.3/3.3/3.3	0.1/0.1/1	0.33/1/3.3	0.33/0.33/3.3
gv	0.002	0.006	0.288	0.186	0.274	0.007	1.326	0.017	0.017	0.086
gb	0.000	0.005	0.014	0.309	0.340	0.003	0.964	0.035	0.291	0.000
gu	0.017	0.002	0.020	0.749	0.422	0.018	0.667	0.233	0.062	0.032
E	1	2	3	19	20	4	5	6	7	8
v'	8.528	10.500	9.042	8.508	9.460	8.435	5.863	8.874	9.082	9.924
b'	9.348	9.832	9.586	10.410	7.939	8.872	6.076	9.382	8.074	8.831
u'	8.973	9.094	8.960	6.440	6.449	8.757	6.400	7.815	8.706	9.844
Cy'	0.820	-0.668	0.544	1.902	-1.521	0.437	0.213	0.508	-1.008	-1.093
Cy	-0.549	0.069	2.356	4.082	-1.004	-0.318	0.955	-0.439	-1.292	0.053
(B-V)'	0.1176	0.3182	0.9274	1.4781	-0.0246	0.2262	0.5556	0.1874	-0.0560	0.320
Δy	-0.0076	0.0018	0.0026	0.0019	0.0046	~	~	~	~	~
(B-V)	0.110	0.320	0.930	1.480	-0.020	~	~	~	~	~
Cu'	-0.375	-0.738	-0.626	-3.970	-1.490	-0.115	0.324	-1.567	0.632	1.013
Cu	-0.676	-1.786	4.986	15.630	-1.756	-1.670	0.273	-2.294	-1.139	-1.206
(U-B)'	0.1029	-0.0303	0.6752	1.7773	-0.0245	-0.0218	0.1787	-0.0843	-0.0379	0.0309
Δu	-0.0029	0.0003	0.0053	0.0027	0.0045	~	~	~	~	~
(U-B)	0.100	-0.030	0.680	1.780	-0.020	~	~	~	~	~
v'	8.528	10.500	9.042	8.508	9.460	8.435	5.863	8.874	9.082	9.924
KX	-0.395	-0.388	-0.388	-0.593	-0.699	-0.503	-0.511	-0.430	-0.397	-0.424
V	8.133	10.112	8.654	7.909	8.761	7.932	5.352	8.444	8.685	9.500
f(B-V)	0.101	0.295	0.858	1.366	-0.018	0.208	0.512	0.172	-0.051	0.295
V'	3.5803	4.1597	3.5712	3.5168	3.8995	6.3805	6.2146	5.0908	6.8031	6.2724
Δv	-0.0003	0.0003	-0.0012	0.0032	0.0005	~	~	~	~	~
V	3.580	4.160	3.570	3.520	3.900	~	~	~	~	~
A3 V	~	~	~	~	~	-0.222	-0.259	-0.264	-0.095	-0.238
F0 V	~	~	~	~	~	-0.072	-0.072	-0.065	-0.006	-0.065
(U-B) _u	~	~	~	~	~	-0.272	-0.309	-0.310	-0.099	-0.253
(B-V) _u	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
Q	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
Type	~	~	~	~	~	B8 III	B7 V	B7 V	B9.5 III	B8 V

→ lire (f+1)(B-V) au lieu de f(B-V).

REMARKS

$a = 0.305$; $b = 0.281$; $k_1 = 0.311$; $k_2 = 0.622$
 $c = 0.157$; $d = 0.105$; $k_3 = 1.224$; $k_4 = 0.602$
 $K = -0.345$; $f = -0.077$; $g = 0.813$

- pag. 2 -

Infiernillo High Altitude Observatory

Telescope: 16"			Amplifier: 1230-A			Date: Saturday, 27 April, 1963.				
Filters: U, B, V			Cell: 1P21							
Star Data	HD 65396	HD 65804	HD 65875	HD 66834	HD 66684	HD 66956	HD 67140	HD 67725	HD 67797	HD 67880
α	7h 56m	7h 58m	7h 58m	8h 2m	8h 3m	8h 3m	8h 4m	8h 7m	8h 7m	8h 7m
δ	+5° 46'	+12° 49'	-2° 45'	-19° 35'	+27° 40'	-9° 59'	-19° 45'	-11° 12'	-19° 6'	-16° 6'
HA	2h 21m	2h 30m	2h 39m	2h 47m	2h 54m	3h 0m	3h 7m	3h 11m	3h 22m	3h 31m
L.C.T.	21h 30m	21h 41m	21h 50m	22h 2m	22h 10m	22h 16m	22h 24m	22h 31m	22h 42m	22h 51m
S.T.	10h 17m	10h 28m	10h 37m	10h 49m	10h 57m	11h 3m	11h 11m	11h 18m	11h 29m	11h 38m
X	1.273	1.254	1.481	1.904	1.271	1.777	2.154	1.902	2.382	2.381
dv	1.654	1.333	1.237	0.904	1.918	0.710	1.237	0.403	1.924	2.302
db	0.256	0.599	2.489	1.137	1.402	1.286	1.418	1.446	1.644	2.614
du	1.162	1.344	0.484	0.813	1.131	1.669	1.838	1.140	1.042	0.419
Gv, Gb, Gu	3.3/1/1	0.33/1/3.3	0.1/0.1/1	0.11/0.1/0.33	1/0.1/0.33	1/1/3.3	3.3/3.3/3.3	1/0.33/1	0.33/0.33/1	0.33/0.33/3.3
gv	0.409	0.039	0.026	0.056	0.386	0.181	0.482	0.235	0.178	0.209
gb	0.071	0.076	0.070	0.018	0.027	0.215	0.204	0.179	0.181	0.250
gu	0.000	0.343	0.000	0.044	0.048	0.934	0.646	0.211	0.245	0.307
E	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
v'	7.644	9.333	9.237	8.904	7.908	7.460	6.987	7.153	8.674	9.052
b'	8.256	8.599	10.489	9.137	9.402	8.036	8.168	8.196	8.394	8.924
u'	9.162	7.654	8.484	8.813	9.131	6.779	7.388	7.890	7.792	6.729
Cy'	0.612	-0.734	1.252	0.233	-1.494	0.576	1.181	1.043	0.280	-0.128
Cy	0.847	0.102	1.099	-0.576	2.762	-0.878	2.315	-0.835	1.263	1.778
(B-V)'	0.5490	0.3330	0.614	0.1374	1.0786	0.0596	0.9531	0.0685	0.660	0.8209
Δy	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
(B-V)	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
Cu'	0.906	-0.945	-2.005	-0.324	-0.271	-1.257	-0.780	-0.306	-0.602	-2.195
Cu	-1.208	-0.941	-0.019	-4.257	2.840	-2.361	3.019	-2.038	-0.843	0.291
(U-B)'	0.0299	0.0572	0.1517	-0.290	0.4559	-0.0874	0.4758	-0.057	0.0643	0.1837
Δu	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
(U-B)	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
v'	7.644	9.333	9.237	8.904	7.908	7.460	6.987	7.153	8.674	9.052
KX	-0.439	-0.432	-0.511	-0.657	-0.438	-0.268	-0.743	-0.456	-0.822	-0.822
v	7.205	8.901	8.726	8.247	7.470	7.192	6.244	6.497	7.852	8.230
f(B-V)	0.506	0.307	0.566	0.126	0.995	0.055	0.879	0.064	0.609	0.757
V'	6.7691	6.5805	6.5317	6.2041	6.1083	7.0063	6.7373	6.4008	4.2508	5.6094
Δy	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
V	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
(U-B) ₀	-0.436	-0.217	-0.342	-0.475	-0.368	-0.158	-0.234	-0.128	-0.490	-0.481
(B-V) ₀	-0.108	-0.060	-0.095	-0.120	-0.106	-0.034	-0.073	-0.030	-0.140	-0.134
Q	-0.314	-0.260	-0.410	-0.561	-0.444	-0.182	-0.286	-0.150	-0.591	-0.577
Type	B3 II	B8 III	B6 III	B3 V	B5 V	B9 III	B8 III	B9 V	B3 II	B3 V

line (f+v)(B-V) au lieu de f(B-V)

REMARKS

$$\begin{aligned}
 a &= 0.305 ; & b &= 0.281 ; & K_1 &= 0.311 ; & K_2 &= 0.622 \\
 c &= 0.157 ; & d &= 0.105 ; & K_3 &= 1.224 ; & K_4 &= 0.602 \\
 K &= -0.345 ; & f &= -0.077 ; & g &= 0.813
 \end{aligned}$$

Number 2 of April

- pag. 62 -

- pag. 1 -

Infiernillo High Altitude Observatory

Telescope: 16"			Amplifier: 1230-A			Date: Sunday,				
Filters: U,B,V			cell: 1P21			28 April, 1963				
Star	std.	std.	std.	std.	std.	HD	HD	HD	HD	HD
data	2 Gem	P Gem	θ Cnc	HD 71155	η Hya	67797	67880	68099	68194	69502
α	7h 15m	7h 26m	8h 13m	8h 23m	8h 41m	8h 7m	8h 7m	8h 8m	8h 10m	8h 15m
δ	+16° 38'	+31° 53'	+9° 20'	-3° 45'	+3° 35'	-19° 6'	-16° 6'	+9° 58'	+48° 26'	-3° 15'
HA	1h 34m	1h 30m	1h 11m	1h 10m	1h 31m	0h 53m	0h 58m	1h 3m	1h 7m	1h 14m
L.C.T.	19h 54m	20h 1m	20h 29m	20h 38m	21h 17m	20h 5m	20h 10m	20h 16m	20h 22m	20h 34m
S.T.	8h 49m	8h 56m	9h 24m	9h 33m	10h 12m	9h 0m	9h 5m	9h 11m	9h 17m	9h 29m
X	1.085	1.071	1.084	1.194	1.152	1.435	1.367	1.066	1.115	1.183
dv	0.528	2.500	1.758	3.150	0.537	1.924	2.302	1.442	1.106	1.484
db	1.348	1.832	4.100	1.629	1.279	1.644	2.614	0.968	0.843	1.344
du	0.973	1.094	1.050	0.459	0.979	1.042	0.419	0.909	0.968	1.352
Gv,Gb,Gu	0.01/0.001/0.01	0.01/0.01/0.01	0.33/0.33/0.33	0.33/1/3.3	0.01/0.03/0.03	0.33/0.33/1	0.33/0.33/3.3	1/0.33/1	1/1/3.3	3.3/1/10
gv	0.002	0.006	0.186	0.274	0.021	0.178	0.209	0.283	0.335	0.445
gb	0.000	0.005	0.309	0.340	0.014	0.181	0.250	0.151	0.323	0.275
gu	0.017	0.002	0.749	0.422	0.015	0.245	0.307	0.187	0.881	0.649
E	1	2	7	9	15	3	4	5	6	8
v'	8.528	10.500	8.508	9.460	8.537	8.674	9.052	7.752	7.416	7.474
b'	9.348	9.832	10.410	7.939	9.279	8.394	8.924	7.718	7.153	7.654
u'	8.973	9.094	6.440	6.449	8.979	7.792	6.729	7.659	6.078	6.902
Cy'	0.820	-0.668	1.902	-1.521	0.742	0.280	-0.128	-0.034	-0.263	0.180
Cy	-0.560	0.180	4.082	-1.004	-1.537	1.231	1.902	1.936	-0.021	1.180
(B-V)'	0.1175	0.3214	1.4736	-0.0166	-0.1914	0.6604	0.8299	0.8739	0.2724	0.6498
Δy	-0.0075	0.0014	1.480	-0.0034	-0.0036	~	~	~	~	~
(B-V)	0.110	0.320	0.0064	-0.020	-0.195	~	~	~	~	~
U'	-0.375	-0.738	-3.970	-1.490	-0.300	-0.602	-2.195	-0.059	-1.075	-0.752
U	-0.486	-1.566	13.915	-1.756	-7.649	-0.426	0.659	-0.637	-2.005	0.190
(U-B)'	0.1026	-0.0280	1.7794	-0.0235	-0.7400	0.0640	0.1878	0.0820	0.0798	0.3735
Δu	-0.0026	0.0020	0.0006	0.0035	0.0000	~	~	~	~	~
(U-B)	0.100	-0.030	1.780	-0.020	-0.740	~	~	~	~	~
v'	8.528	10.500	8.508	9.460	8.537	8.674	9.052	7.752	7.416	7.474
KX	-0.599	-0.591	-0.598	-0.659	-0.636	-0.792	-0.784	-0.588	-0.615	-0.653
v	7.929	9.909	7.910	8.801	7.901	7.882	8.298	7.164	6.801	6.821
f(B-V)	0.098	0.287	1.329	-0.018	-0.175	0.592	0.745	0.781	0.244	0.583
V'	3.5813	4.1593	3.5178	3.9015	4.2982	4.2977	5.4961	6.0972	6.6948	6.5913
Δy	-0.0013	0.0007	0.0022	-0.0015	0.0018	~	~	~	~	~
V	3.580	4.160	3.520	3.900	4.300	~	~	~	~	~
A3 V	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
F0 V	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
K4 III	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
A0 V	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
B3 V	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
(U-B) ₀	~	~	~	~	~	-0.490	-0.483	-0.652	-0.133	-0.100
(B-V) ₀	~	~	~	~	~	-0.140	-0.132	-0.184	-0.036	-0.033
Q	~	~	~	~	~	-0.591	-0.578	-0.784	-0.159	-0.124
Type	~	~	~	~	~	B3 II	B3 V	B1 II	B9 III	B9 II

→ lire (f-v)(B-V) au lieu de f(B-V)

Remarks

$$\begin{aligned}
 a &= 0.282 ; & b &= 0.307 ; & K_1 &= 0.280 ; & K_2 &= 0.920 \\
 c &= 0.155 ; & d &= 0.117 ; & K_3 &= 1.229 ; & K_4 &= 0.907 \\
 K &= -0.552 ; & f &= -0.102 ; & g &= 0.785
 \end{aligned}$$

- pag. 2 -

Infiernillo High Altitude Observatory

Telescope: 16"			Amplifier: 1230-A			Date: Sunday, 28 April, 1963.				
Filters: U, B, V			cell: 1P21							
Star Data	HD 71072	HD 71518	HD 71554	HD 71906	HD 74217	HD 74393	HD 74815	HD 74604	HD 75333	HD 75357
α	8h 23m	8h 25m	8h 27m	8h 28m	8h 40m	8h 41m	8h 44m	8h 44m	8h 47m	8h 47m
δ	-12° 36'	-14° 46'	+54° 17'	+37° 26'	-8° 19'	+4° 31'	+8° 40'	+66° 54'	-3° 15'	+1° 40'
HA	1h 13m	1h 19m	1h 28m	1h 40m	1h 37m	1h 49m	1h 57m	1h 59m	2h 7m	2h 14m
L.C.T.	20h 41m	20h 49m	21h 0m	21h 13m	21h 22m	21h 35m	21h 42m	21h 48m	21h 59m	22h 6m
S.T.	9h 36m	9h 44m	9h 55m	10h 8m	10h 17m	10h 30m	10h 37m	10h 43m	10h 54m	11h 1m
X	1.310	1.390	1.204	1.100	1.143	1.198	1.192	1.448	1.306	1.279
dv	2.003	1.074	0.390	1.307	1.694	2.024	1.014	1.505	0.764	0.981
db	2.367	0.797	1.100	0.797	0.848	0.738	0.879	1.634	2.060	1.390
du	2.760	0.519	0.363	0.867	1.272	0.753	1.217	0.549	1.484	0.781
Gv, Gb, Gu	1/1/0.1	1/1/3	3/3/3.3	1/1/1	1/1/1	0.3/0.3/0.33	0.1/0.1/0.1	1/1/3.3	0.3/0.1/0.1	3/1/3.3
gv	0.657	0.280	0.571	0.375	0.432	0.051	0.015	0.305	0.084	0.975
gb	0.783	0.403	1.029	0.360	0.329	0.097	0.019	0.420	0.063	0.484
gu	0.081	0.729	0.776	0.375	0.415	0.133	0.016	0.739	0.045	0.937
E	10	11	12	13	15	16	17	18	19	20
v'	7.553	8.014	5.940	7.297	7.684	9.524	9.014	7.815	8.264	5.981
b'	7.607	6.787	6.100	6.787	7.158	8.238	8.879	7.624	9.560	7.140
u'	10.260	5.909	5.603	6.877	7.262	8.253	9.217	5.939	9.484	5.891
Cy'	0.054	-1.227	0.060	-0.510	-0.526	-1.286	-0.135	-0.191	1.296	1.159
Cy	1.776	-0.931	2.601	0.103	-0.052	-0.495	1.911	1.885	0.978	0.295
(B-V)'	0.8137	-0.0083	1.059	0.3109	0.2638	0.1300	0.4811	0.8654	0.5822	0.3725
Δy	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
(B-V)	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
Cu'	2.653	-0.878	-0.497	0.090	0.104	0.015	0.338	-1.685	-0.076	-1.249
Cu	0.985	-4.069	1.910	-1.090	-1.527	-2.094	-1.722	2.799	1.020	-0.697
(U-B)'	0.2686	-0.3165	0.3872	0.0279	-0.0229	-0.090	-0.0426	0.4759	0.2780	0.0733
Δu	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
(U-B)	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
v'	7.553	8.014	5.940	7.297	7.684	9.524	9.014	7.815	8.264	5.981
KX	-0.723	-0.767	-0.664	-0.607	-0.631	-0.661	-0.658	-0.799	-0.721	-0.706
V	6.830	7.247	5.276	6.690	8.893	8.863	8.356	7.016	7.543	5.275
f(B-V)	0.731	-0.004	0.951	0.279	0.237	0.116	0.432	0.776	0.836	0.334
V'	6.9027	6.4952	6.6937	6.1074	6.8971	6.4015	7.0882	6.0927	5.1923	6.8977
Δy	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
V	~	~	~	~	~	~	~	~	~	~
(U-B)	-0.371	-0.385	-0.437	-0.234	-0.255	-0.223	-0.465	-0.158	-0.159	-0.067
(B-V)	-0.108	-0.106	-0.118	-0.062	-0.070	-0.052	-0.130	-0.050	-0.045	-0.230
Q	-0.449	-0.388	-0.522	-0.278	-0.305	-0.260	-0.558	-0.194	-0.191	-0.278
Type	B5 V	B6 V	B5 II	B8 III	B7 V	B8 III	B3 V	B9 III	B9 III	B8 III

→ line (f+1)(B-V) au lieu de f(B-V)

REMARKS

$\alpha = 0.282$; $\delta = 0.307$; $K_1 = 0.280$; $K_2 = 0.920$
 $\epsilon = 0.155$; $d = 0.117$; $K_3 = 1.229$; $K_4 = 0.907$
 $K = -0.552$; $f = -0.102$; $z = 0.785$

Discusión de las ecuaciones (I5) y (I6) :

Las fórmulas (I5) y (I6), de la página 59, no pueden ser todavía utilizadas en su forma actual, sin la previa intervención de otras cantidades auxiliares. Además, esto es especialmente necesario si se busca el modo de utilizar un solo dato de observación para obtener todos los demás que fueren necesarios.

Por otra parte, como un objeto de la prueba final, es igualmente indispensable establecer la comparación entre los resultados obtenidos mediante el empleo de $\log A$ y los resultados obtenidos usando el número "Q" de JOHNSON (Lowell Observatory Publications, Vol. IV, Bulletin No. 90, page 37, August 1958).

Es precisamente con este fin que, en las páginas 60, 61, 62 y 63, se exponen todos los datos concernientes a las estrellas que se han estudiado aquí. Muchas líneas, de las tablas que constituyen tales páginas, no han sido explicadas todavía. Las explicaciones serán dadas más adelante.

Se observará que, bajo la palabra "Remarks", están escritos : 1o) - Los coeficientes de ~~extinción~~ extinción k_1, k_3 para el cálculo de C_y , y los coeficientes de transformación a, b para el cálculo de $(B-V)'$. 2o) - Los coeficientes de extinción k_2, k_4 para el cálculo de C_u , y los coeficientes de transformación c, d para el cálculo de $(U-B)'$. 3o) - El coeficiente de extinción K y los coeficientes de transformación f, z para el cálculo de las magnitudes. Como en todas las hojas que se presentarán en la parte final de esta obra, los datos mencionados, que corresponden a cada noche de observación, serán siempre escritos en la parte inferior bajo la palabra "Remarks".

Las cuatro últimas líneas constituirán, por supuesto, la base en lo que respecta a la comparación entre el $\log A$ y el número "Q" de JOHNSON.

En las páginas 60, 61, 62 y 63 figuran los colores intrínsecos $(B-V)_o, (U-B)_o$, deducidos de los $(B-V)', (U-B)'$ recurrentes de las páginas 28 y 34. El color intrínseco $(B-V)_o$, utilizando los $(B-V)'$ y $(U-B)'$ recurrentes ya mencionados, ha sido deducido del nomograma de JOHNSON mostrado en la Fig. I3.

En cuanto al otro color intrínseco $(U-B)_o$, él ha sido obtenido empleando la ecuación de JOHNSON

$$(U-B)_o = 1.233(U-B) - 0.862(B-V)$$

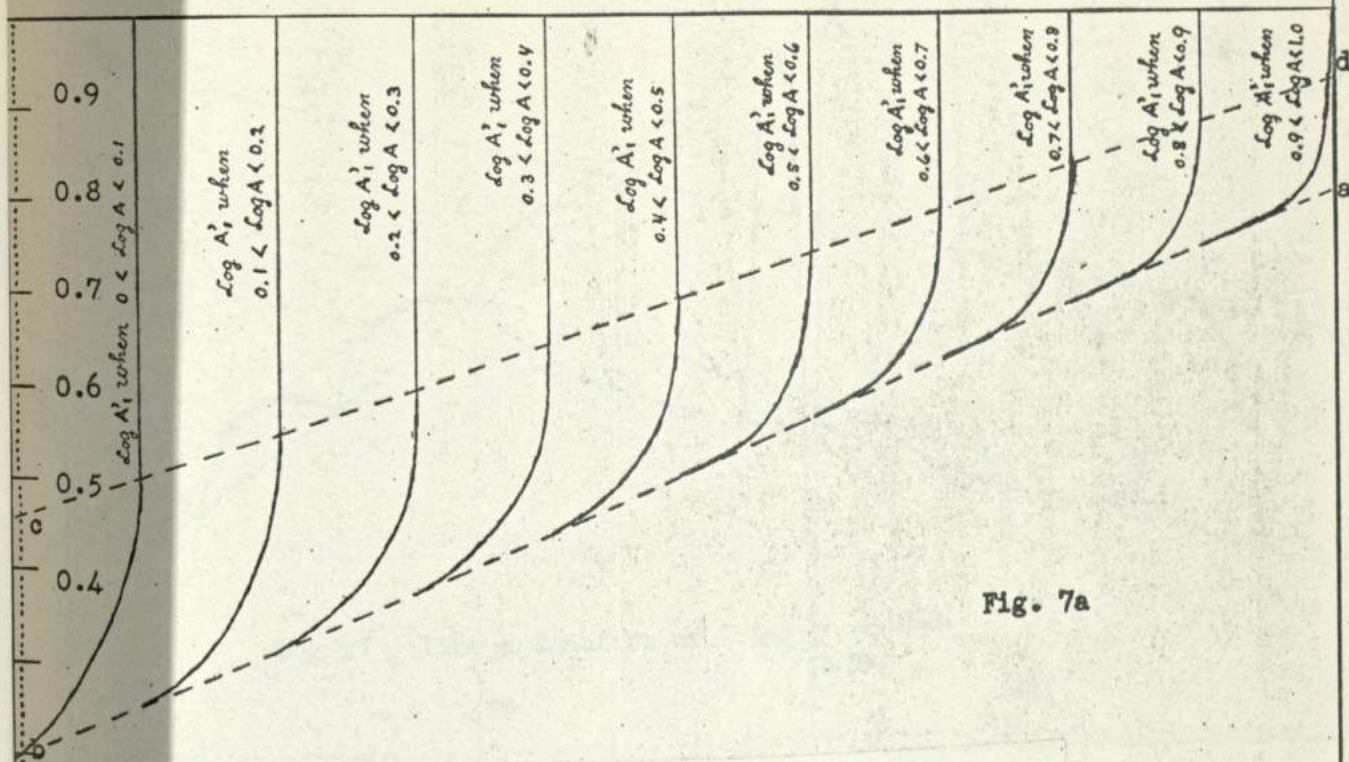
El número Q, según JOHNSON, es

$$Q = (U-B)_o - 0.720(B-V)_o$$

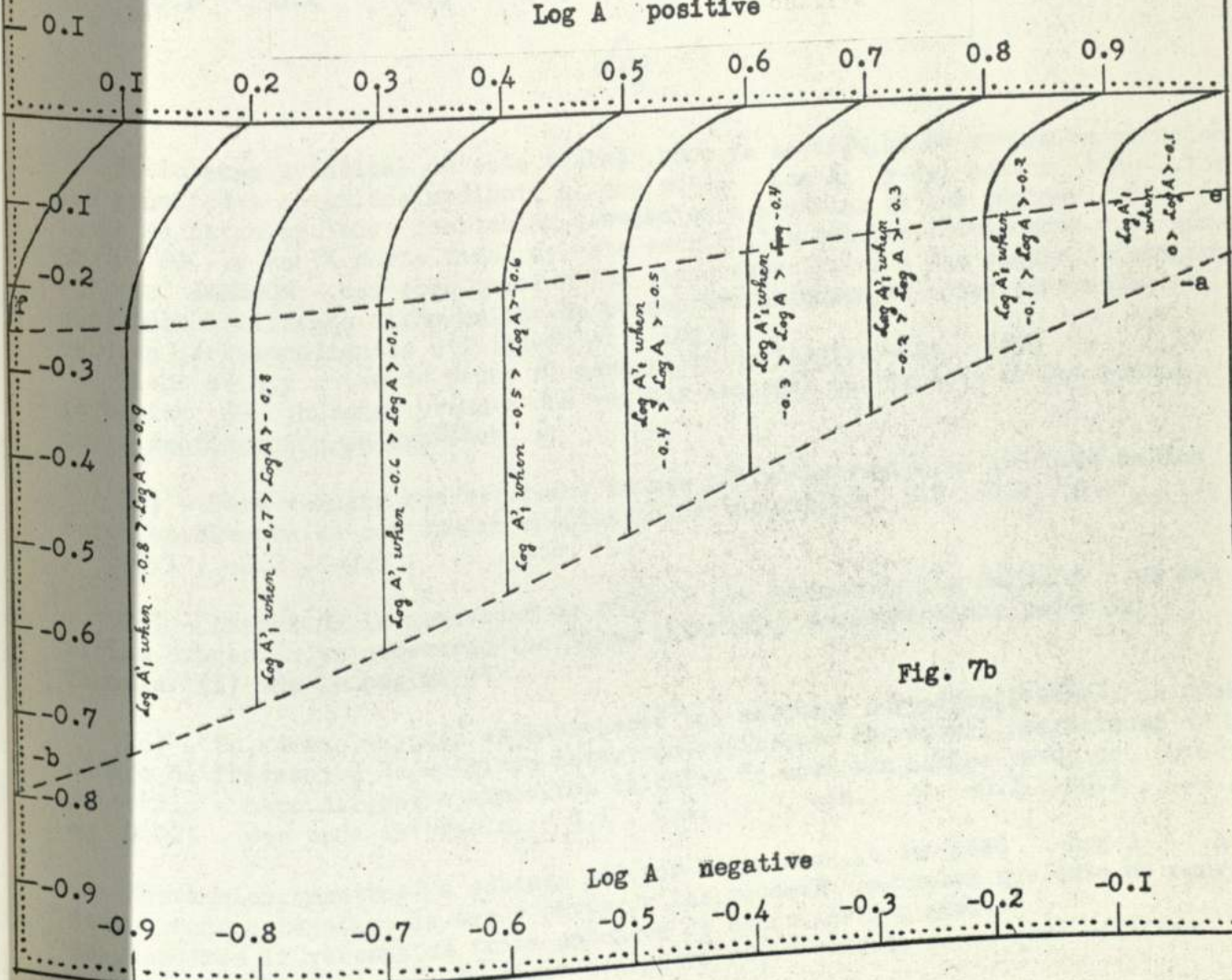
La Fig. I5 da la representación gráfica del número "Q", según los valores dados por JOHNSON, en función del tipo espectral. La curva mayor corresponde a las estrellas que tienen clases de luminosidad V, III y II. Las otras dos curvas corresponden a las estrellas que tienen clases de luminosidad Ib y Ia.

La Fig. I5, además, contiene una pequeña tabla de valores, dados por JOHNSON, que son, en un mismo tipo espectral, por ejemplo, los diversos valores que tiene el número "Q" por cada clase de luminosidad. Así, pues, para un valor determinado del número "Q", se busca primero en la Fig. I5 cuál es el tipo espectral que le corresponde. Luego, con el tipo espectral ya definido gracias a dicho valor de "Q", se busca en la pequeña tabla cuál es la clase de luminosidad que más se aparenta a tal valor.

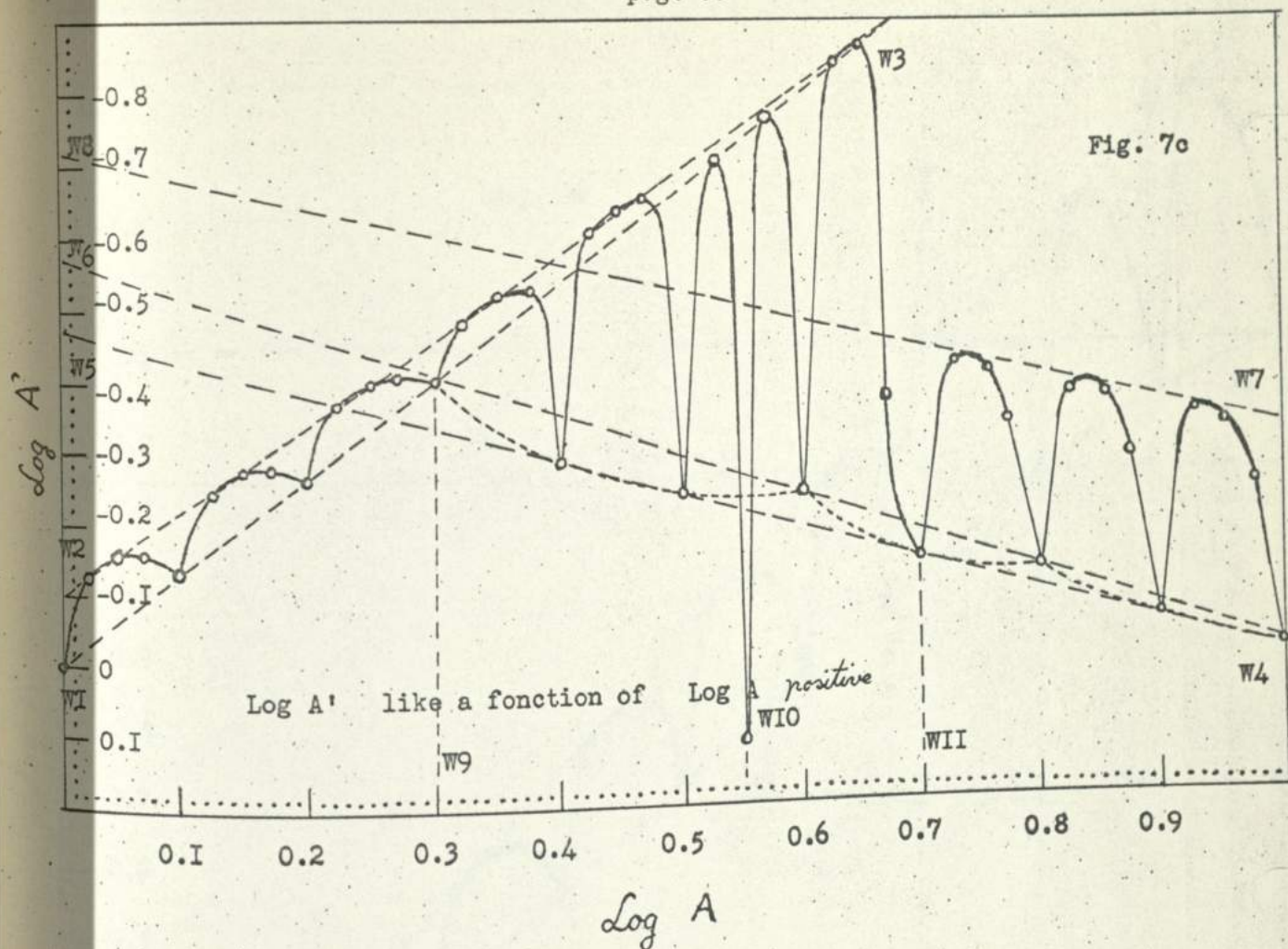
Computation of $\text{Log } A'_I$ according to $\text{Log } A$



$\text{Log } A$ positive



$\text{Log } A$ negative



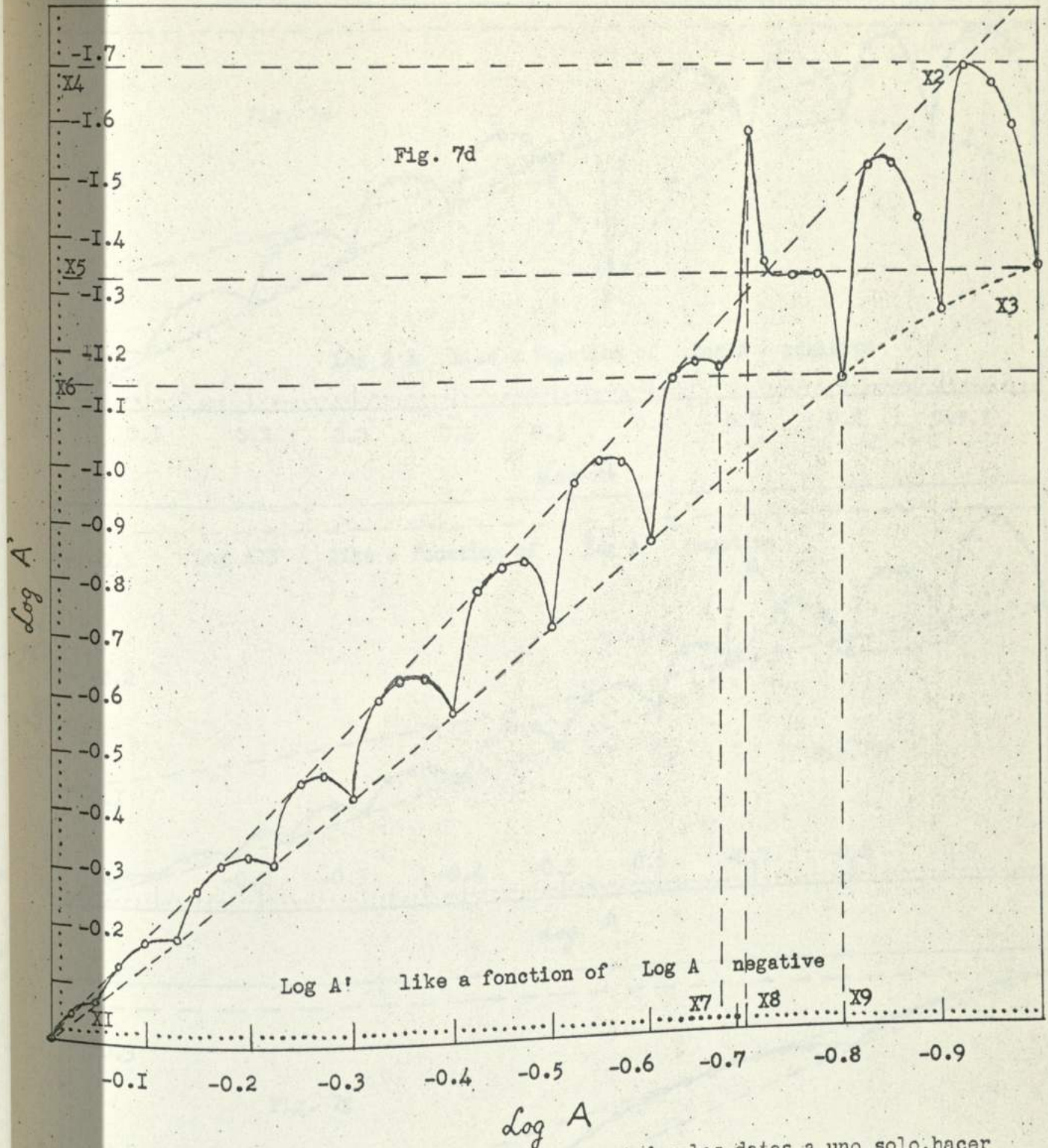
El interés principal de este trabajo, como ya se dijo, ha de ser la comparación de los resultados obtenidos mediante el empleo de Log A y del número "Q". Por lo tanto se darán, en todas las tablas semejantes a aquellas de las páginas 60, 61, 62 y 63, y en la parte final de este escrito, los colores intrínsecos y el número "Q" de JOHNSON, así como también los tipos espectrales y las clases de luminosidad obtenidos utilizando dicho método. Se presentará entonces, en hojas separadas, los valores correspondientes utilizando el Log A de las fórmulas (I5) y (I6) de la página 59, haremos primero una vez más hincapié al respecto de los puntos que a continuación se expresan:

1o) - Para reducir los errores a su más mínima expresión, en el curso de los cálculos, siempre se continuará adoptando los intervalos 0.1, 0.2, 0.3, ..., etc. y -0.1, -0.2, -0.3, ..., etc.

2o) - Además de la necesidad de reducir los errores de los cálculos a su más mínima expresión, es necesario que tales intervalos sean adoptados, según la fórmula (I) de la página 37.

3o) - Es, además, muy conveniente hacer los cálculos correspondientes a un cierto número de fragmentos de un mismo intervalo, repitiendo las mismas operaciones de un intervalo a otro. Así, por ejemplo, los cálculos de aquí son hechos yendo de 0.025 en 0.025 por cada intervalo, 0.1, 0.2, ..., etc. o -0.1, -0.2, ..., etc.

Ahora bien, nosotros ya sabemos que, por definición, la cantidad Log A' ha de ser un número negativo la mayor parte de las veces. En las veces que esto no ocurre así, nosotros lo veremos, se trata entonces de casos particulares. Así, pues, la variación en signo dependerá prácticamente de la otra cantidad Log A .



Nosotros necesitamos, para pretender vincular todos los datos a uno solo, hacer intervenir otras cantidades auxiliares. Comencemos, pues, por adoptar una segunda cantidad auxiliar $A'2$ para relacionar indirectamente las cantidades A , A' y $A'1$.

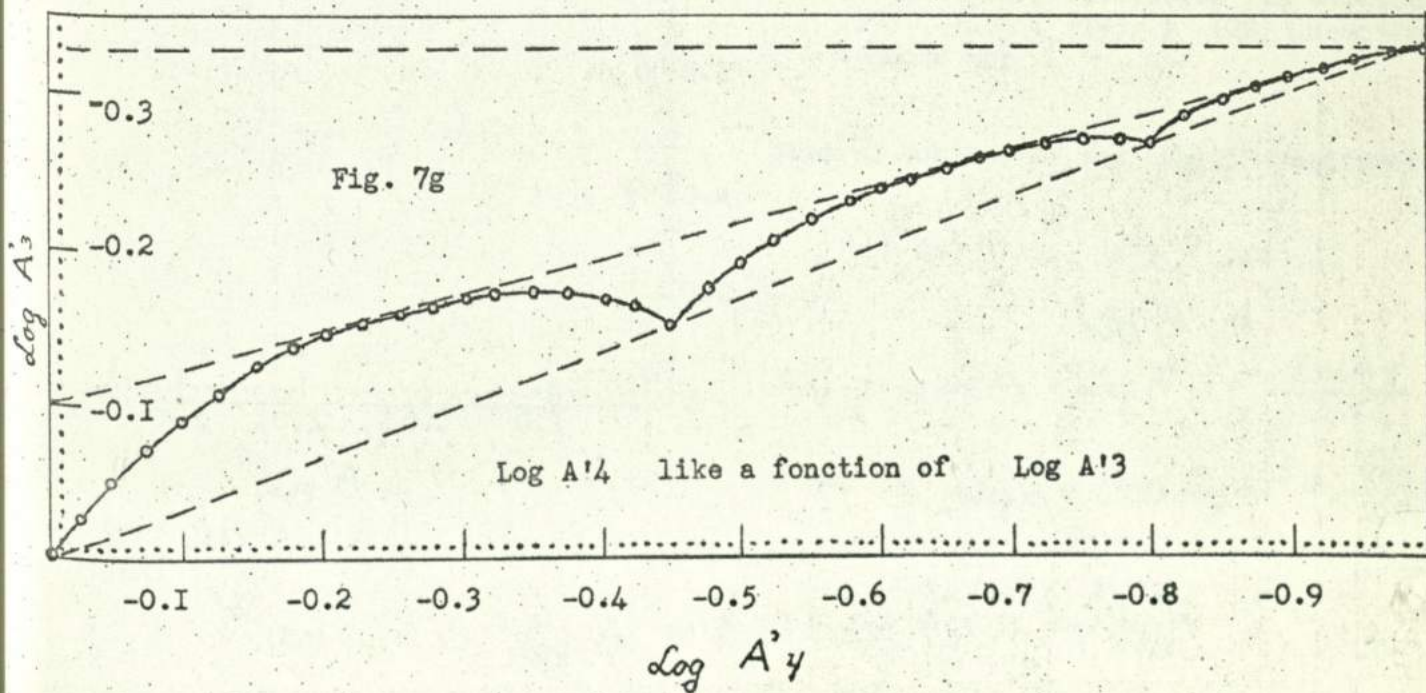
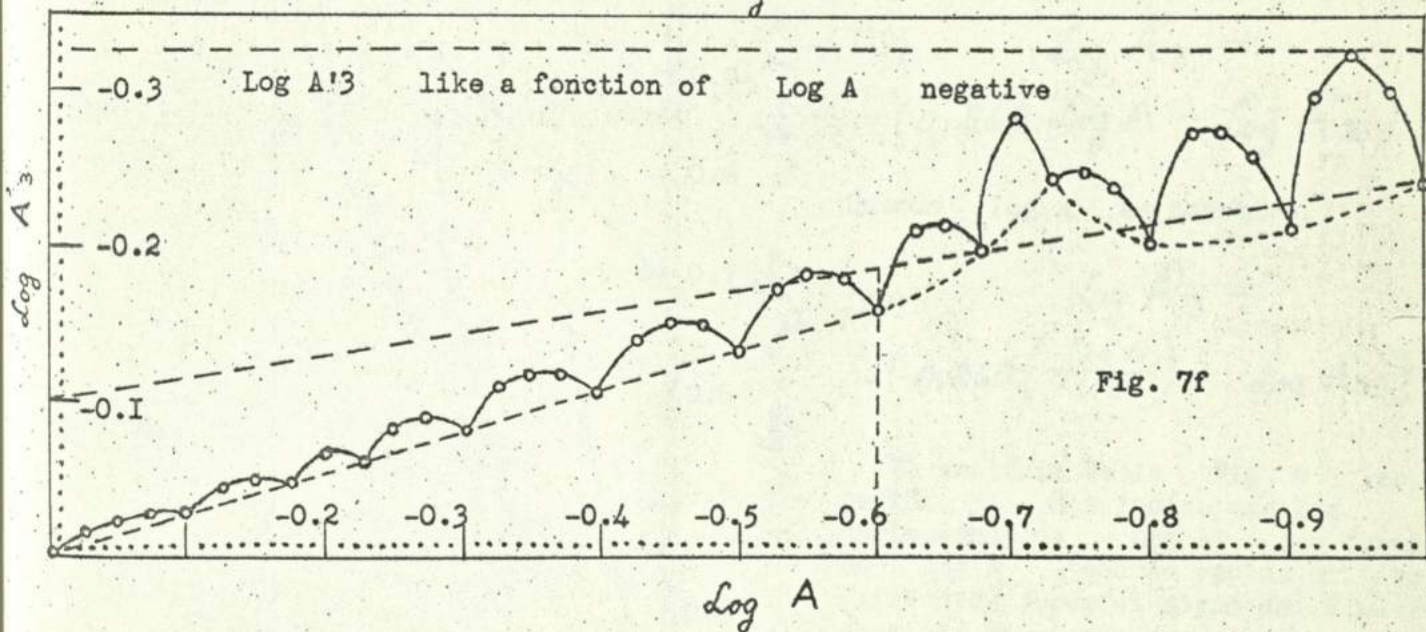
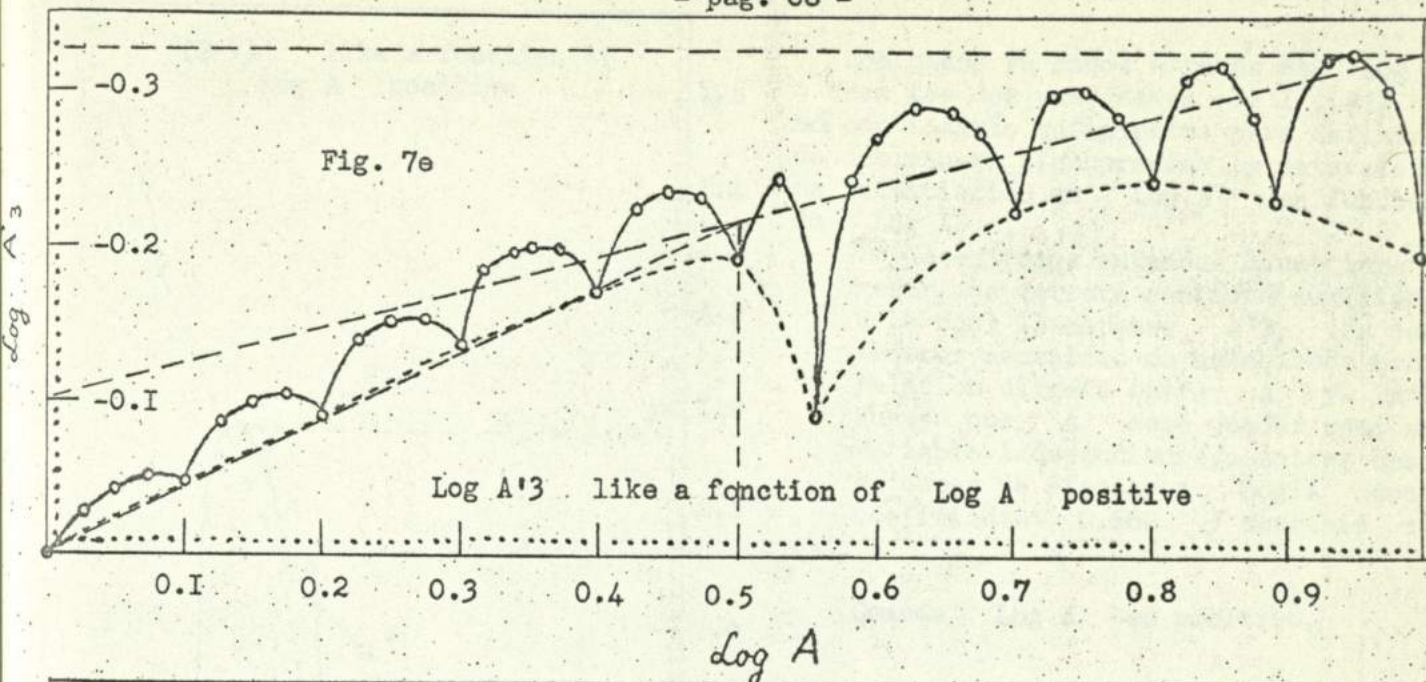
Por otra parte, de la relación establecida entre A y $A'1$, y según los coeficientes I, II de las páginas 58 y 59, la ecuación dando $A'2$ debe estar afectada por el coeficiente 0.697. Por lo que,

para valores positivos de $\text{Log } A$:

$$(17) \quad \text{Log } A'_2 = 0.697 \text{ Log } A', \text{ Log } A$$

y, para valores negativos de $\text{Log } A$:

$$(18) \quad \text{Log } A'_2 = 0.697 \text{ Log } A', \left(\frac{\text{Log } A}{-2.5} \right)$$



(B-V)' like a function of
Log A positive

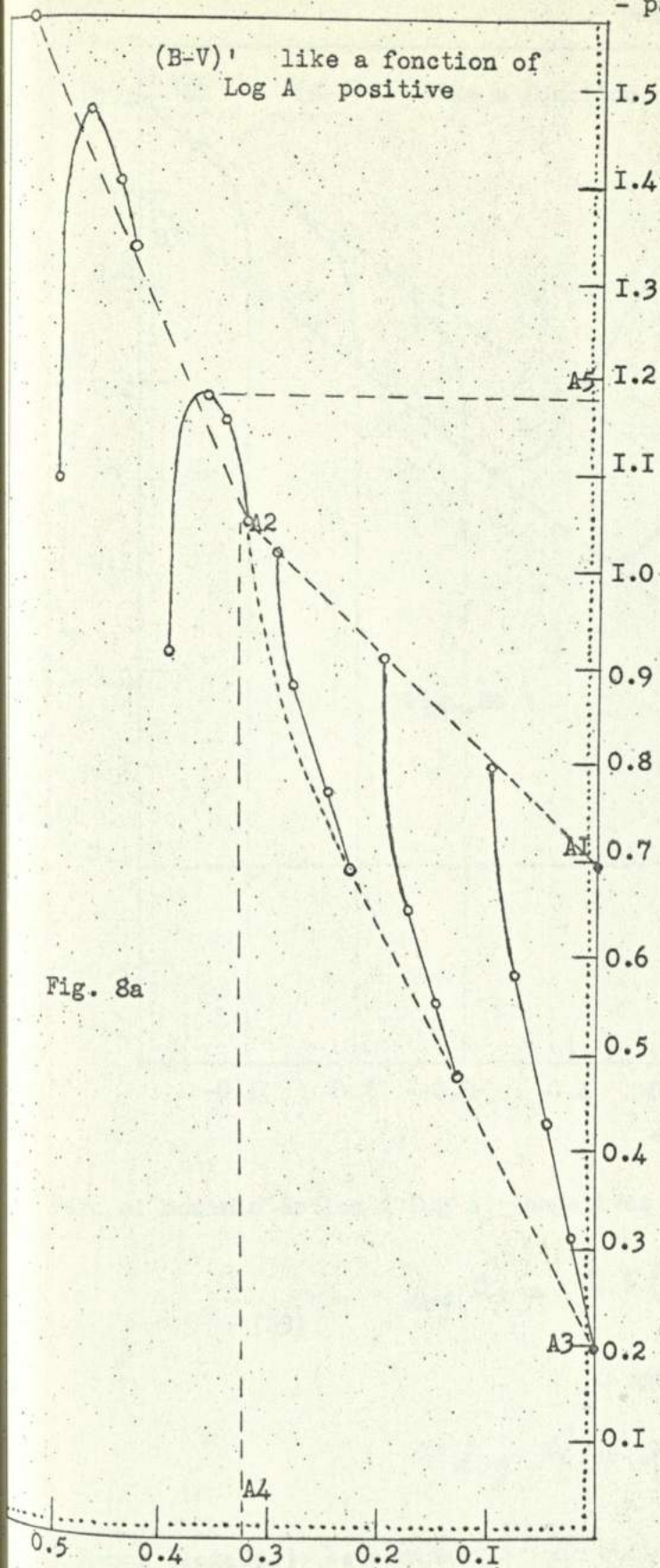


Fig. 8a

Los pasos ya dados através de Log A ,
o sean las dos cantidades A'1 , A'2 ,
no son todavía suficientes para definir,
de una manera bien precisa, la naturaleza
de la variación de Log A' en función
de Log A .

Necesitamos entonces hacer inter-
venir una tercera cantidad auxiliar,
a la cual llamaremos A'3 . Es decir,
tenemos necesidad de establecer una
relación directa entre A y A'2 .
Puesto que A debe quedar como una
variable independiente, nosotros hemos
entonces de afectar a Log A con el
coeficiente 0.860 y escribir :

Cuando Log A es positivo,

$$(19) \quad \text{Log } A'_3 = \\ -(0.860 \text{ Log } A - \text{Log } A'_2)$$

Cuando Log A es negativo,

$$(20) \quad \text{Log } A'_3 = \\ -\left[0.860 \left(\frac{\text{Log } A}{-2.5}\right) + \text{Log } A'_2\right]$$

El análisis de la Fig. 6 , en la
pagina 54 , nos indica que las
variaciones de Log A' , en función
de Log A , tendrán puntos críticos
diferentes según el signo de la última
cantidad. En efecto, según las ecuaciones
(17) , (18) , (19) y (20) , nosotros
tenemos que

Para el dominio de los Log A positivos :

$$10) - \text{Si } A'_3 < A'_2 ,$$

$$\text{Log } A' =$$

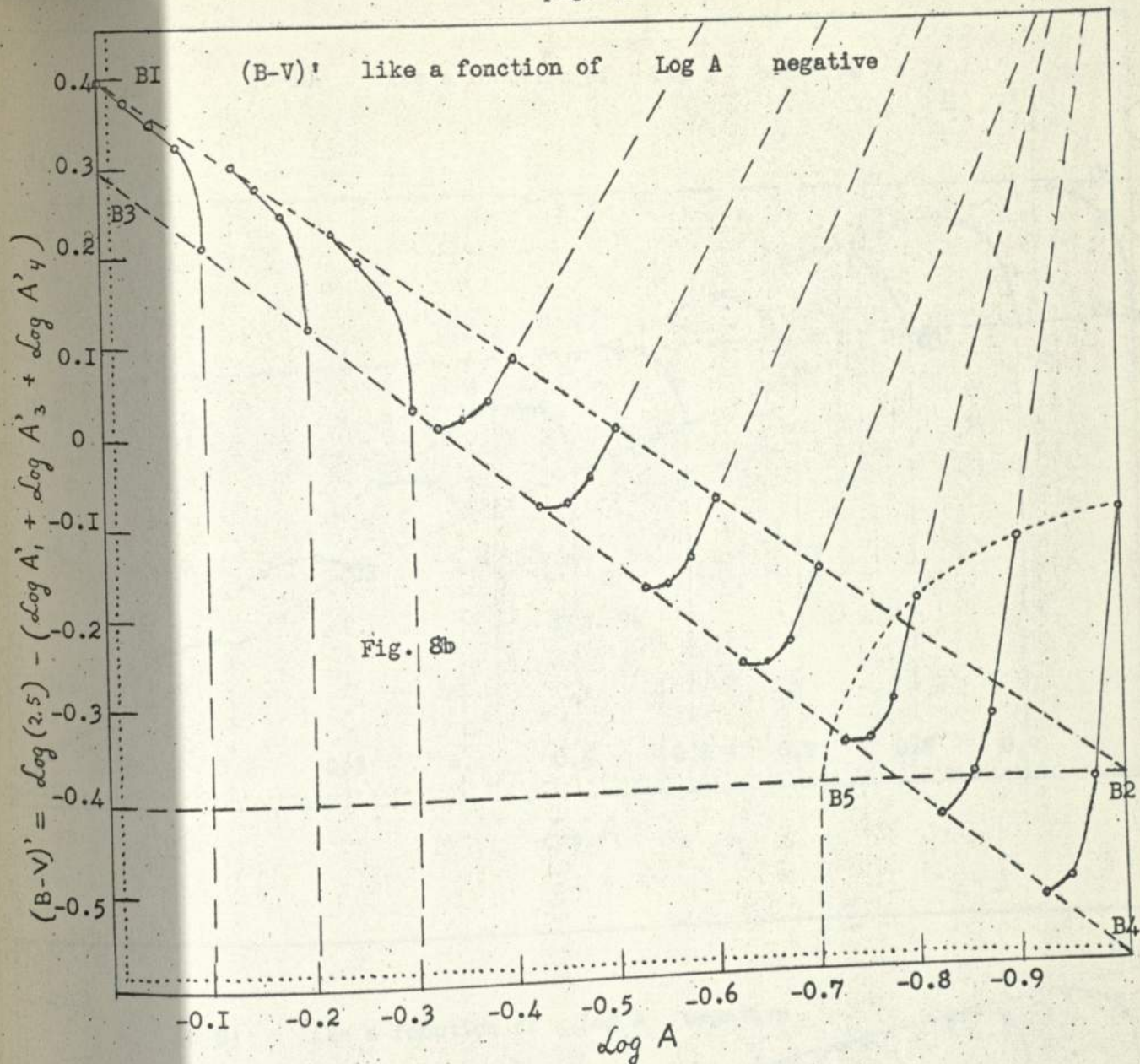
$$(21) \quad 1.233 \text{ Log } A'_3 + \text{Log } A'_3 + \frac{\text{Log } A'_2}{1.233}$$

$$\text{O sea que } \text{Log } A' = 2.233 \text{ Log } A'_3 + \frac{\text{Log } A'_2}{1.233}$$

(22)

$$\text{Log } A' = 2.233 \text{ Log } A'_3 - \frac{\text{Log } A'_2}{1.233}$$

20) -- Si A'3 > A'2 ,



Para el dominio de los Log A negativos :

$$(23) \quad \log A' = 2.5 (1.233 \log A'_3 + \log A'_3)$$

O sea que

$$\log A' = 5.582 \log A'_3$$

Hemos llegado, de esta manera, a todo cuanto necesitábamos para calcular Log A' en función de Log A. Las ecuaciones (I5) y (I6), que son las que permiten el cálculo de la cantidad RI, requieren todavía la intervención de una cuarta cantidad auxiliar. La tenemos A'4 a tal cantidad. Según las ecuaciones (I7), (I8), (2I), (22) y (23), tenemos entonces que

Io) - Si $-0.080 < \log A'_2 < 0$:

$$(24) \quad \log A'_4 = -0.860 [(\log A - \log A') + (\log A'_1 + \log A'_2)]$$

$(U-B)'$ like a fonction of $\text{Log } A$ positive

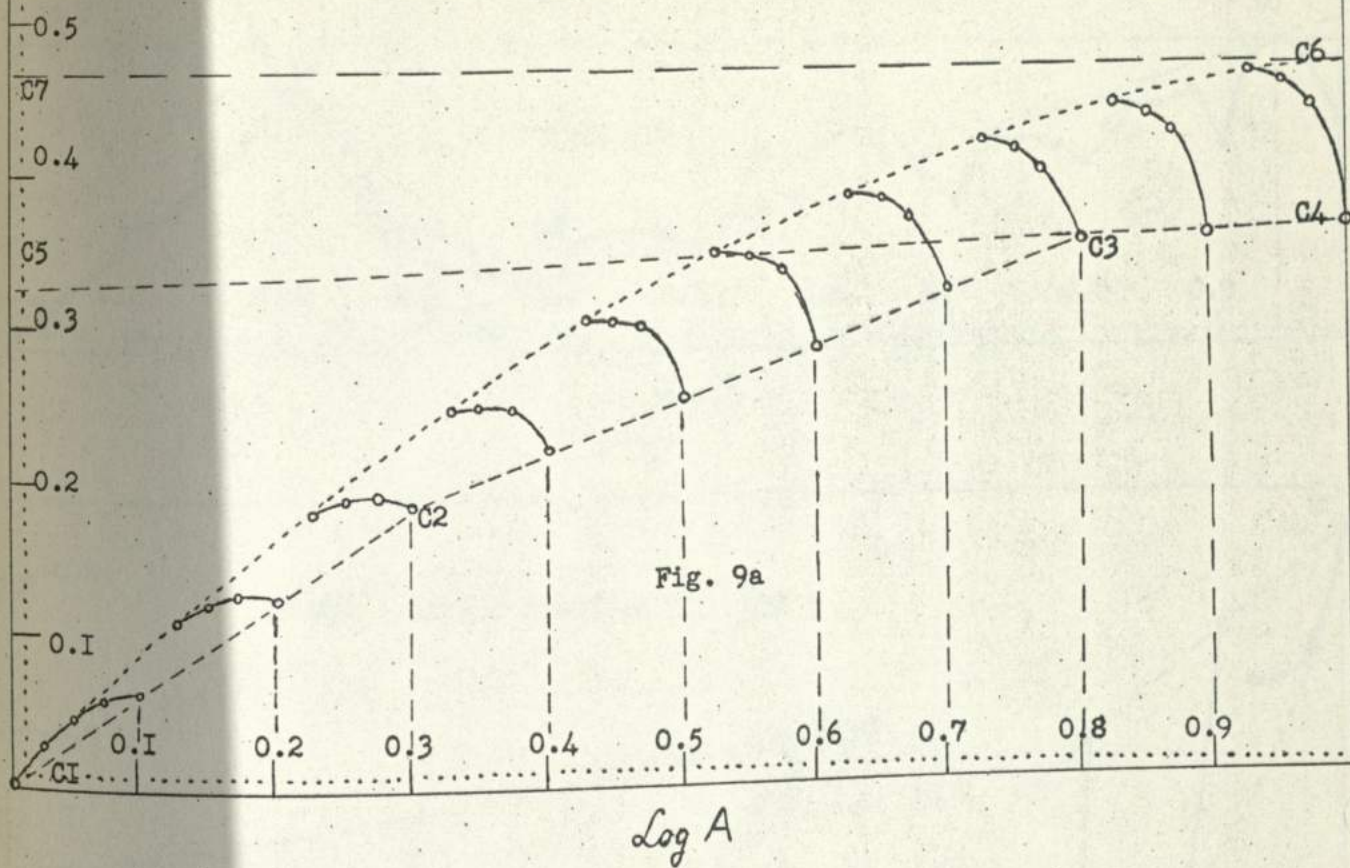


Fig. 9a

$(U-B)'$ like a fonction of $\text{Log } A$ negative

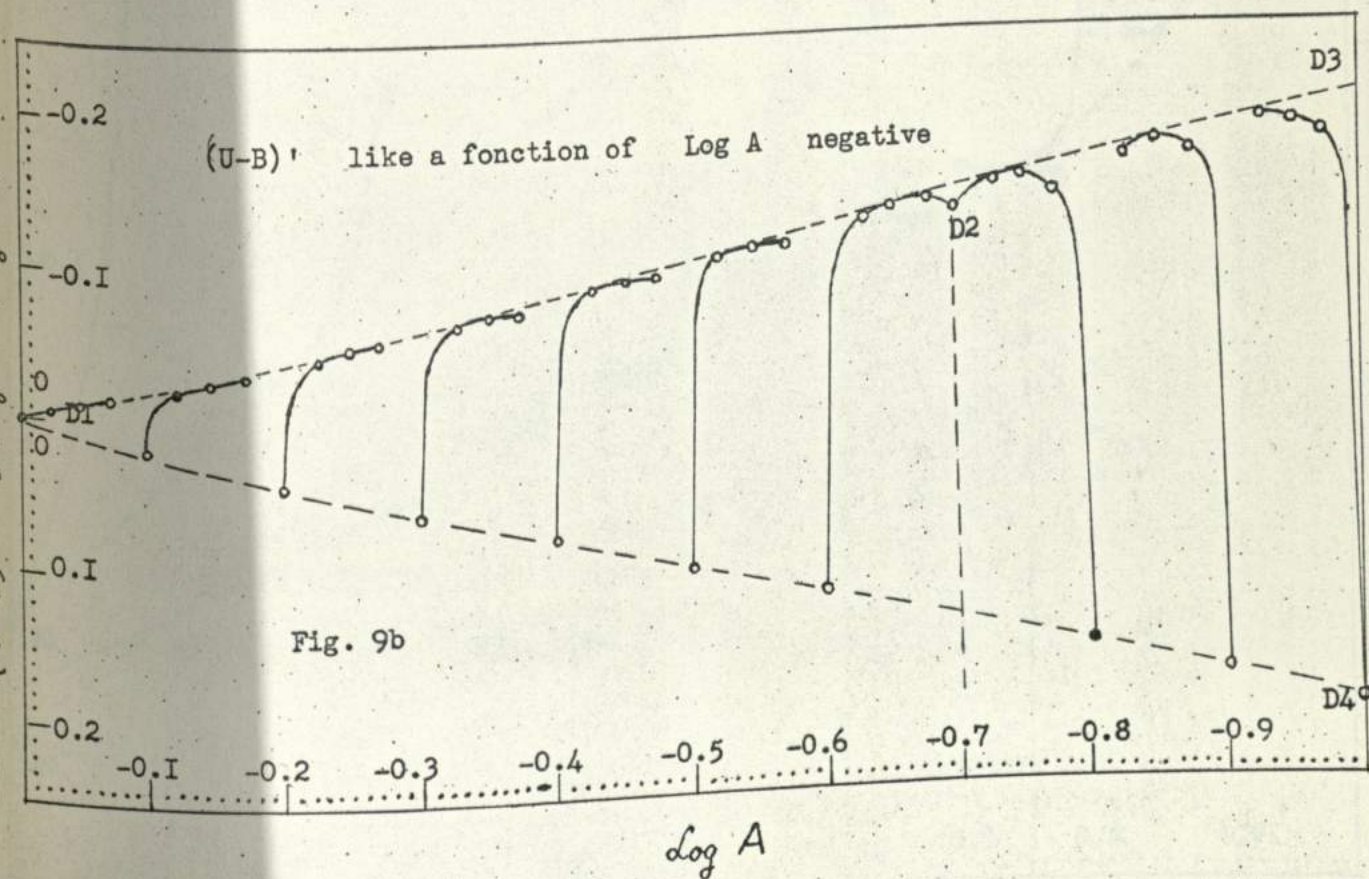
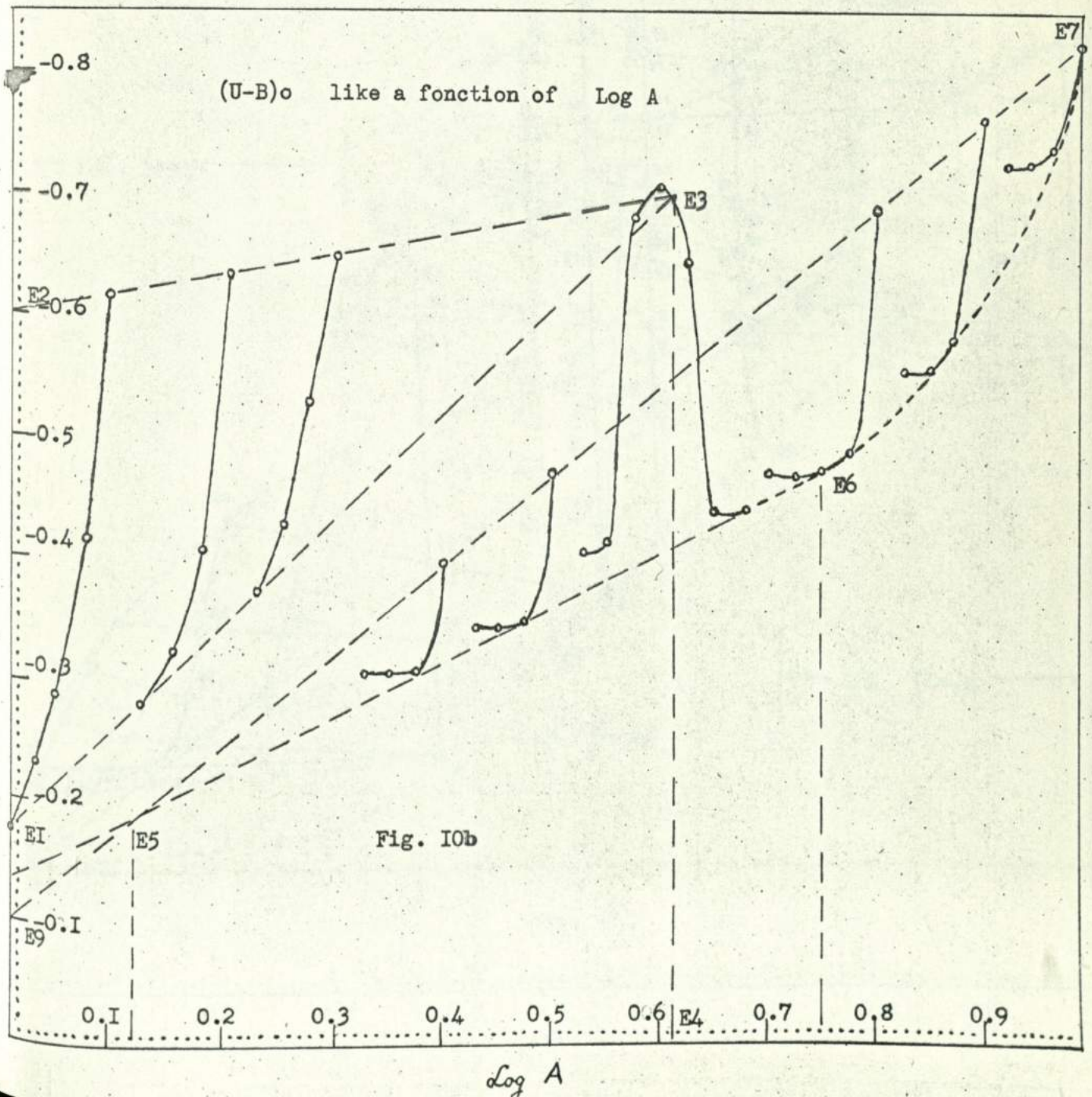
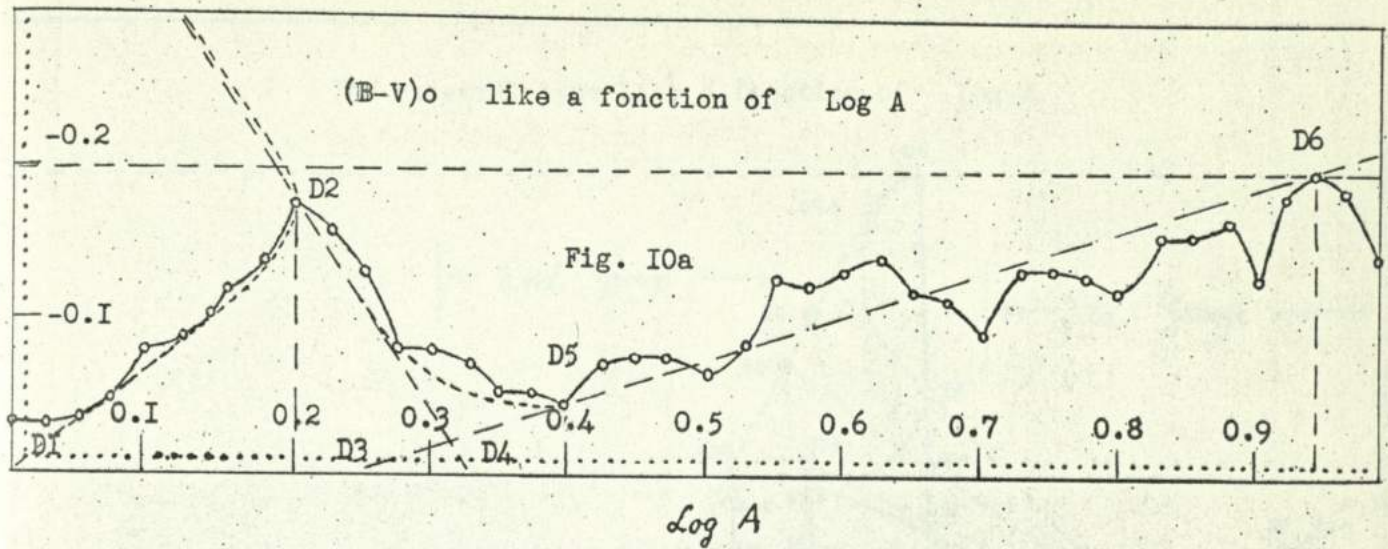


Fig. 9b



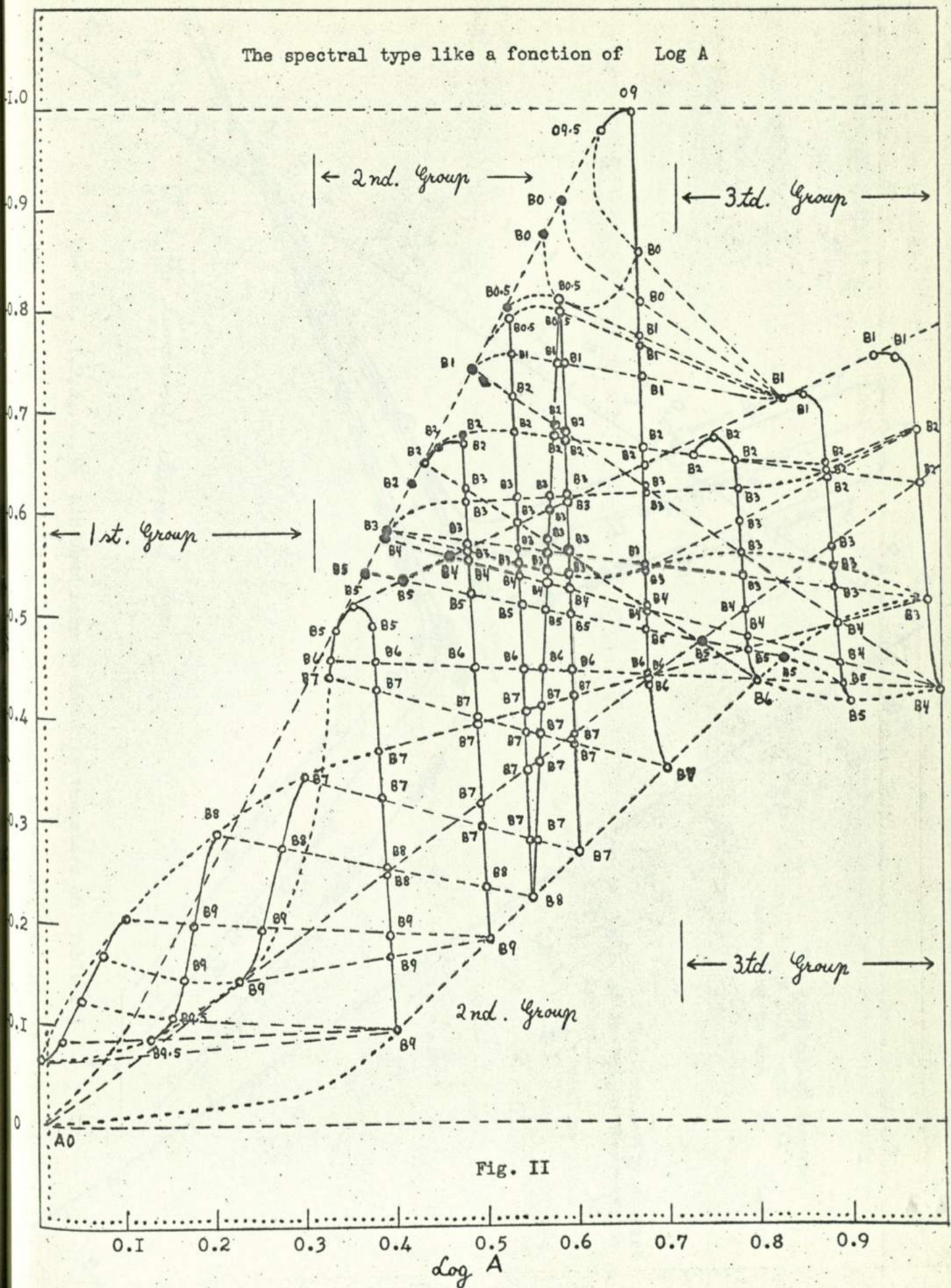
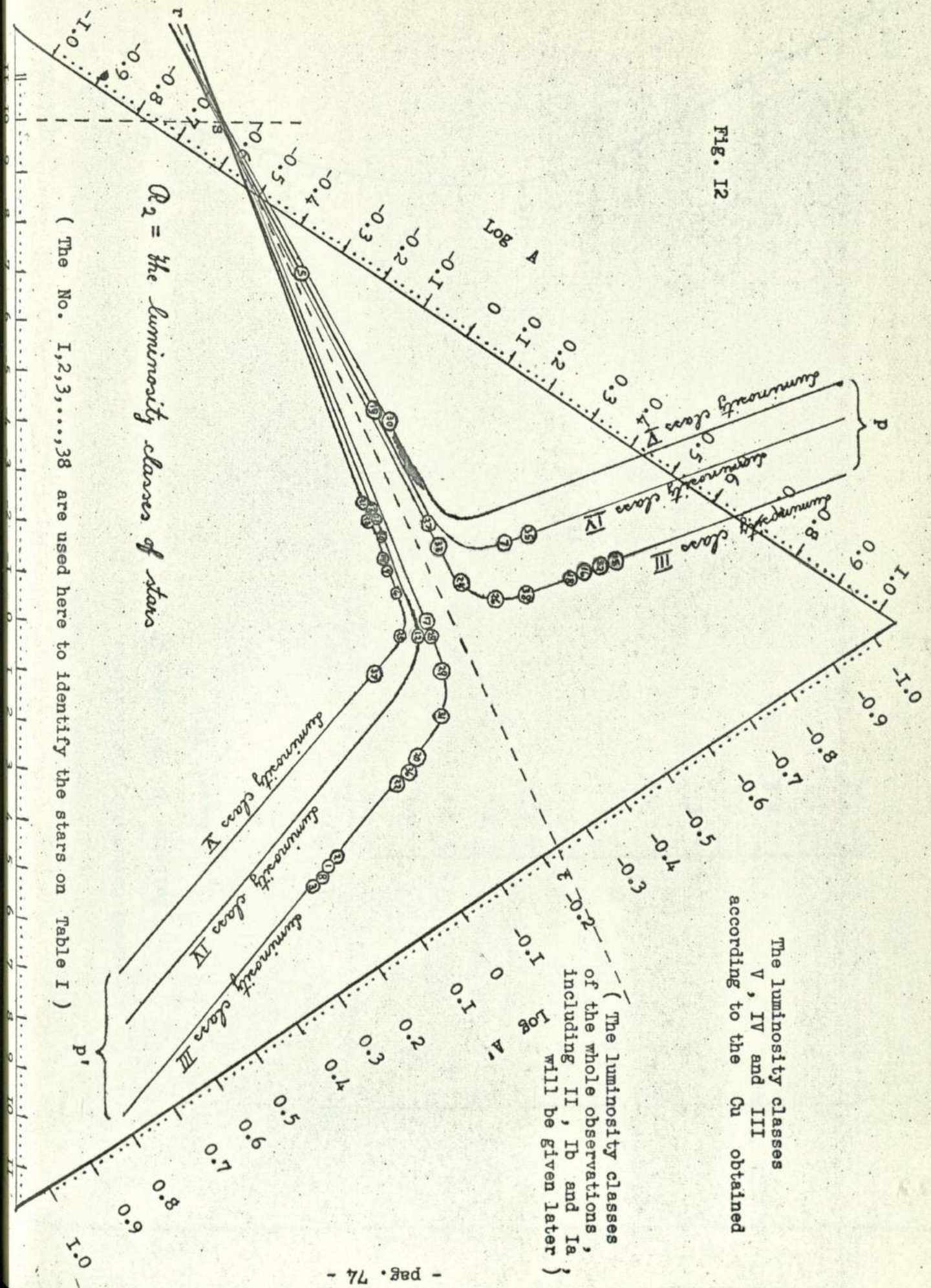


FIG. 12



Nomogramme of JOHNSON
 Lowel Observatory Publications, Vol. IV ,
 Bulletin No. 90 , page 37 ,
 August 1958

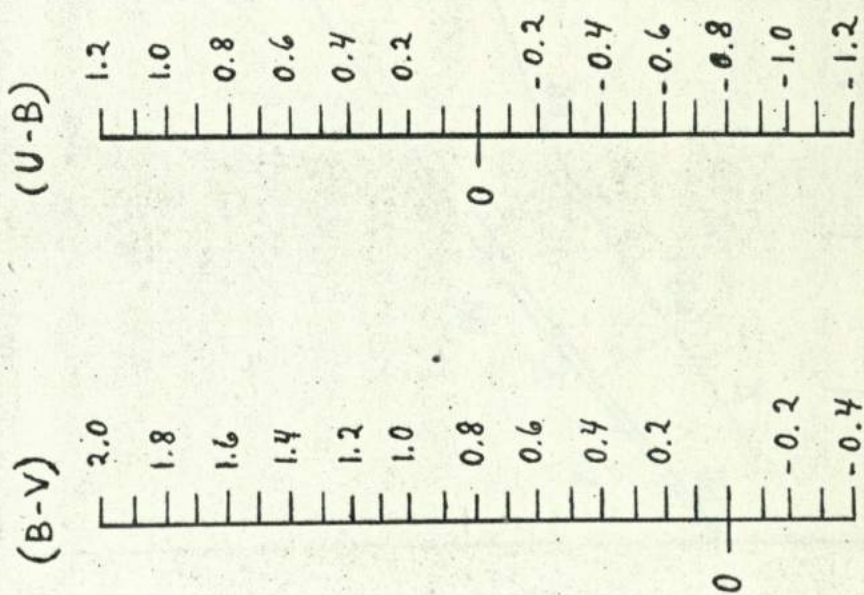
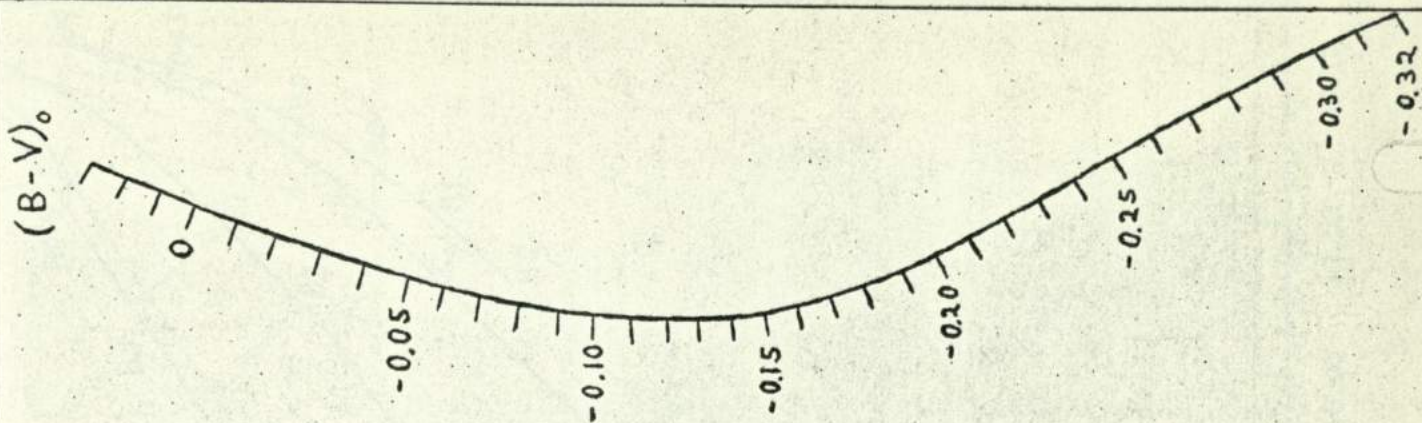


Fig. I3



Intrinsic colors according to JOHNSON
 Lowel Observatory Publications ,
 Vol. IV , Bulletin No. 90 ,
 page 37 , August 1958 .

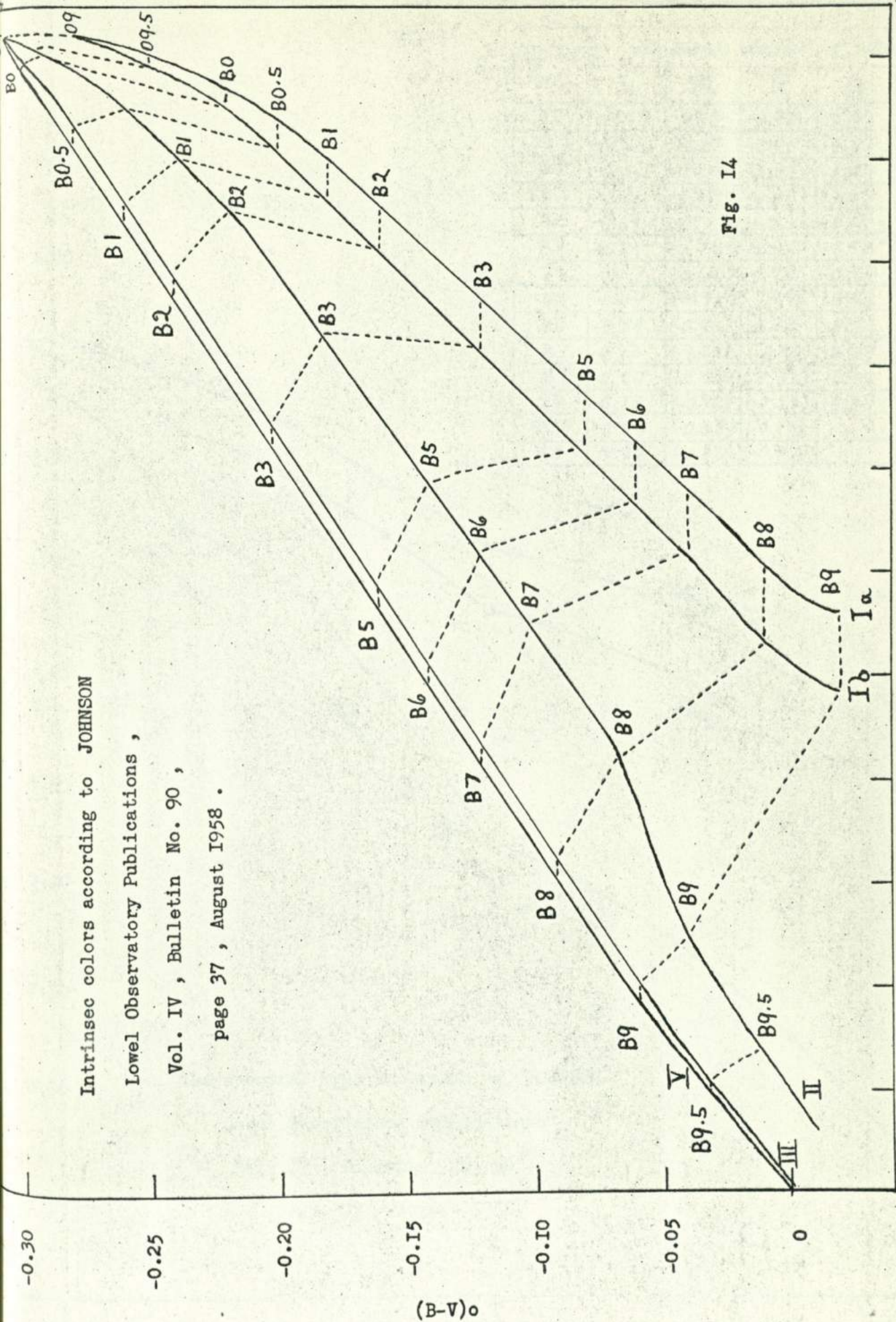


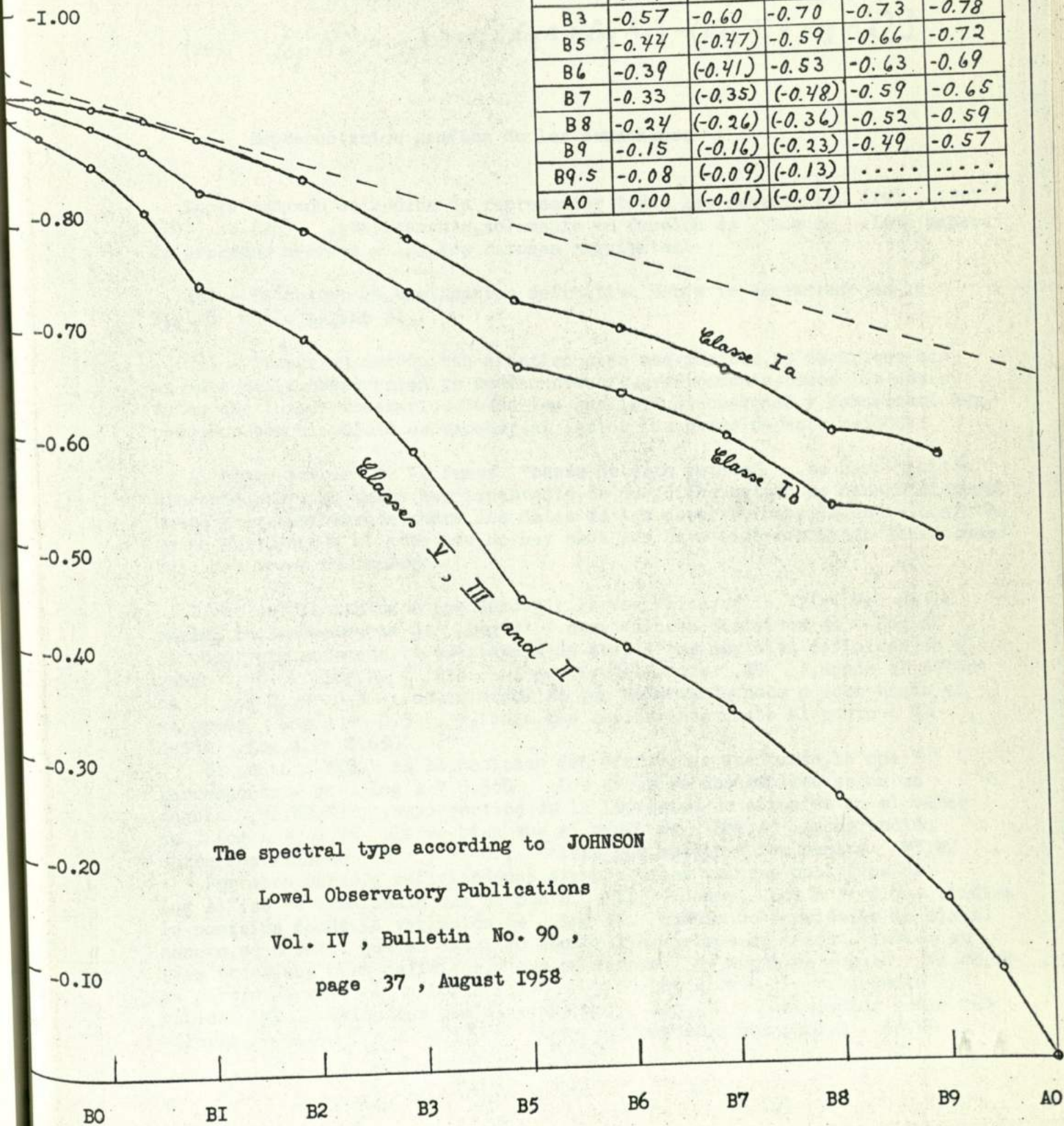
Fig. 14

$$(U-B)_0 = 1.233(U-B) - 0.862(B-V)$$

Using the nomogramme, this color is obtained within the (B-V) and (U-B)

Fig. I5

Spectral type	Luminosity classes of stars				
	V	III	II	Ib	Ia
O9	-0.90	-0.90	-0.90	-0.92	-0.92
O9.5	-0.88	-0.89	-0.90	-0.91	-0.92
B0	-0.86	-0.88	-0.89	-0.89	-0.91
B0.5	-0.81	-0.83	-0.86	-0.87	-0.90
B1	-0.69	-0.72	-0.79	-0.79	-0.84
B2	-0.74	-0.77	-0.83	-0.83	-0.87
B3	-0.57	-0.60	-0.70	-0.73	-0.78
B5	-0.44	(-0.47)	-0.59	-0.66	-0.72
B6	-0.39	(-0.41)	-0.53	-0.63	-0.69
B7	-0.33	(-0.35)	(-0.48)	-0.59	-0.65
B8	-0.24	(-0.26)	(-0.36)	-0.52	-0.59
B9	-0.15	(-0.16)	(-0.23)	-0.49	-0.57
B9.5	-0.08	(-0.09)	(-0.13)		
A0	0.00	(-0.01)	(-0.07)		



The spectral type according to JOHNSON
 Lowell Observatory Publications
 Vol. IV , Bulletin No. 90 ,
 page 37 , August 1958

2o) - Si $\text{Log } A'I < -0.100$,

$$(25) \quad \text{Log } A'_y = -0.860 [(\text{Log } A + \text{Log } A'_1) - (\text{Log } A' + \text{Log } A'_2)]$$

3o) - Si $\text{Log } A'I < -0.200$,

$$(26) \quad \text{Log } A'_y = -0.329 [(\text{Log } A + \text{Log } A'_1) - (\text{Log } A' + \text{Log } A'_2)]$$

Representación gráfica de las ecuaciones :

Ahora estamos en medida de representar todas las ecuaciones (I7), (I8), (I9), ..., (26), gráficamente, solamente en función de $\text{Log } A$. Esta manera de proceder obedece a las dos razones siguientes :

1o) - Encontrar la explicación definitiva sobre lo encontrado en la Fig. 6 de la página 54.

2o) - Trazar un método tan práctico como sea posible, es decir, que con un dato de la observación se puedan deducir, gráficamente, todos los demás datos que fueren necesarios. Todos los análisis, discusiones y demostraciones, pues, son con el objeto de exponer al lector las bases de este método.

Al hacer mención de la frase "bases de este método", se hará también hincapié sobre el hecho, muy importante, de que dicho método se basará siempre, única y exclusivamente, sobre los datos de las observaciones. Es decir, conforme se ha visto hasta el presente, no hay nada que haya sido concebido de antemano bajo una forma cualquiera.

Dicho esto, comencemos por discutir la variación, en la Fig. 7c de la página 66, la variación de $\text{Log } A'$ para valores positivos de $\text{Log } A$. Se observará, ante todo, la existencia de tres arcos muy bien definidos en el rango $0 < \text{Log } A < 0.3$. A partir del punto W9, donde el valor de $\text{Log } A = 0.3$, estos arcos se van deformando poco a poco hasta el valor de $\text{Log } A = 0.5$ y, luego, más rápidamente hasta el punto W3, donde $\text{Log } A = 0.650$.

El punto W10 es la posición del mínimo más acentuado, lo que corresponde a un $\text{Log } A = 0.550$. Los arcos se desarrollan según un ángulo W1, W2, W3, cuyo vértice da la impresión de situarse en el valor de $\text{Log } A = 0.7$. Se ve bien que el rango de $\text{Log } A'$ comprendido entre los valores 0 y -0.1 tiene por bordes a los puntos W1, W2.

Por otra parte, y refiriéndonos siempre a los valores positivos de $\text{Log } A$, se ve igualmente que el punto W11, donde $\text{Log } A = 0.7$, indica la posición donde la variación de $\text{Log } A'$ cambia de sentido. De la misma manera, se observa que, en ese otro sector, los mínimos se sitúan también en tres arcos, muy bien definidos, y que se desarrollan según el ángulo W4, W5, W6. La pareja de valores $\text{Log } A = 1.0$ y $\text{Log } A' = 0$ corresponden al vértice W4, mientras que el rango de $\text{Log } A'$ comprendido entre los valores -0.470 y -0.570 tiene por bordes a los puntos W5, W6.

Examinando la Fig. 6, página 54, nosotros veremos que los tres primeros arcos de $\text{Log } A'$, en la Fig. 7c, página 66, corresponden a la zona de espirales en donde el valor $\text{Log } A = 0.325$ las limita. El valor de $\text{Log } A = 0.550$, donde se sitúa el mínimo más pronunciado en la Fig. 7c, parece indicar, en la Fig. 6, el punto donde la curva cambiaría de sentido si ella fuere extrapolada. Eso explicaría la variación tan uniforme, aunque en sentido opuesto, de $\text{Log } A'$ para valores positivos de $\text{Log } A$, superiores a 0.7. Esta última variación, en efecto, acusa una disminución muy lenta entre las líneas W4, W5 y W7, W8.

Conforme era de esperarse juzgando por la Fig. 6, la variación de $\text{Log } A'$ es más nítida en la Fig. 7d, página 67, en lo que concierne los valores negativos de $\text{Log } A$.

De la misma manera, se puede ver en la Fig. 7d que los arcos se desarrollan en un ángulo XI, X2, X3, cuyo vértice XI corresponde al valor $\text{Log } A = 0$. El desarrollo de los arcos es siempre bastante uniforme hasta el punto X7, donde $\text{Log } A = -0.675$. En la Fig. 6 se ve que dicho valor separa, yendo en el sentido de arriba hacia abajo, a las tres primeras parejas, de rollos espirales, de la última.

Por otra parte, en la Fig. 6 se ve que el punto X8 es el punto de unión de las tres primeras parejas, con la última, de rollos espirales. El punto X9 aparece allí, ya que corresponde al valor $\text{Log } A = -0.8$, como el lugar donde el último rollo de espirales comienza a ser más denso. Justamente, en la Fig. 7d, los puntos X7, X8 y X9 parecen dar indicios de un período de transición. En efecto, a partir de tal período de transición, se observa que :

- 1o) - Las variaciones cambian de sentido.
- 2o) - Las variaciones de $\text{Log } A'$ parecen ser indefinidas, puesto que la línea XI, X3 curva lentamente hacia abajo a partir de $\text{Log } A = -0.8$.
- 3o) - La zona de transición, en fin, parece bordearse aproximadamente en el rango $-1.5 > \text{Log } A' > -1.325$.

La variación de $\text{Log } A'$ en función de $\text{Log } A$, en lo que se refiere a la Fig. 6, ha quedado ahora definida de una manera muy satisfactoria. En cuanto a la variación bajo forma de arcos, y juzgando por las figuras 7e y 7f, en la página 68, se ve bien que la responsable es $\text{Log } A'3$.

Así mismo se puede observar que, para los valores positivos de $\text{Log } A$, hay ahora una mayor precisión en lo que respecta al punto donde la curva cambiaría de sentido, en la Fig. 6, si dicha curva fuere extrapolada. En efecto, dicho punto es ahora $\text{Log } A = 0.5$, en lugar del valor 0.550 sugerido por la Fig. 7c. Pero este último valor, encambio, se mantiene en la Fig. 7e como mínimo más acentuado. Y este mínimo más acentuado aparece, en la Fig. 7e, como punto común de dos curvas variando en sentido opuesto.

Los primeros arcos, en el rango $0 < \text{Log } A < 0.5$, se desarrollan en un ángulo cuyo vértice se sitúa en $\text{Log } A = 0.5$, cubriendo el rango $0 > \text{Log } A'3 > -0.1$. Pero siempre los tres primeros arcos son los que se desarrollan completamente en el ángulo citado mientras que los otros dos, a partir de $\text{Log } A = 0.3$, se sobresalen.

La proyección del lado superior del ángulo conduce, con respecto al eje de las ordenadas, a un valor $\text{Log } A'3 = -0.329$. Este valor, de las ecuaciones dando la cantidad S, aparece definido por esta otra ecuación

$$(27) \quad \left[\alpha\beta + \frac{\alpha\beta}{10(c+d)} + \log \sqrt{2.5} \right] - \log (2.5)^2 = \dots$$

$$= (0.250 + 0.199 + 0.018) - 0.796 = -0.329$$

$$\dots$$

Con los valores negativos de $\text{Log } A$, como se ve en la Fig. 7f, la variación de $\text{Log } A'_3$ es tan regular como aquella que se había visto en el caso de $\text{Log } A'$. Naturalmente, todo se pasa en un sentido inverso con respecto a la Fig. 7e.

En lo que concierne las variaciones discutidas por sí mismas, la precisión más elevada nos es ofrecida con la variación de $\text{Log } A'_4$ en función de $\text{Log } A'_3$, con lo cual los cambios de signos ya no existen.

En la Fig. 7g, de la página 68, se ve antetodo cual es la naturaleza real de los tres primeros arcos que ya estudiamos anteriormente. Sobre este respecto debemos recordar ahora que, en el punto (100) de la página 56, nosotros habíamos hablado sobre la existencia de un nuevo factor que quedaba por ser identificado.

Es cierto que todavía estamos muy lejos de poder ser concluyentes sobre este punto, pero se diría que los tres arcos en cuestión parecen estar correlacionados, al menos en alguna forma, con las tres primeras parejas de rollos espirales de la Fig. 6. Por otra parte, no existe esta vez ninguna duda sobre el modo en que ellos se desarrollan según un ángulo, con un vértice que coincide exactamente con el valor $\text{Log } A'_3 = -0.329$ y cubriendo siempre, además, al rango $0 > \text{Log } A'_3 > -0.1$.

Las conductas observadas en las cantidades $\text{Log } A, \text{Log } A'$ explican igualmente, con sobrados detalles, el origen de las recurrencias ya estudiadas en las páginas 21 y 24, concerniente los datos Cy, Cu , y en las páginas 28 y 34, en lo que respecta las cantidades $(B-V)', (U-B)'$.

Nuestro objeto será, a partir de este momento, demostrar que $\text{Log } A$ es la cantidad que define el tipo espectral de las estrellas y que la otra cantidad $\text{Log } A'$, asociada con la primera y al mismo tiempo con Cu , define la clase de luminosidad de las estrellas. Para esto, pues, debemos primero continuar con el análisis de las otras figuras.

Dediquémonos, pues, al estudio del comportamiento de $(B-V)'$ haciéndole una función de $\text{Log } A$. En este caso, y según las últimas ecuaciones, nosotros estamos en medida de escribir:

Para $\text{Log } A$ positivo

$$(28) \quad (B-V)' = (\text{Log } A'_1 - \text{Log } A'_3 - \text{Log } A'_4)$$

Para $\text{Log } A$ negativo

$$(29) \quad (B-V)' = \text{Log}(2.5) - (\text{Log } A'_1 + \text{Log } A'_3 + \text{Log } A'_4)$$

En la Fig. 8a tenemos la variación de $(B-V)'$ para valores positivos de $\text{Log } A$. Tres curvas muy netas definen a la cantidad $(B-V)'$ en el rango $0 < \text{Log } A < 0.3$. En el valor $\text{Log } A = 0.325$, fin de las espirales en la Fig. 6 de la página 54, la variación cambia de sentido.

El punto A1 es el coeficiente 0.697 al cual ya hemos utilizado tanto en las ecuaciones. El punto A3, como lo vemos, no es otra cosa que el valor $\text{Log } \sqrt{2.5} = 0.199$ mientras que el punto A2, con su abscisa A4 en donde $\text{Log } A = 0.325$, nos indica que $\text{Log } A$ necesita ser transformado para valores mayores que $\text{Log } A = 0.3$.

Por consiguiente, si las observaciones dan un $\text{Log } A > 0.3$, nosotros necesitamos transformar ese valor en otro para poder estar en medida de hacer lecturas en la Fig. 8a. Esta transformación está regida por el coeficiente 0.329 que hemos encontrado recientemente, de tal manera que, cuando $\text{Log } A > 0.3$,

$$\text{Log } A_{\text{transformado}} = 0.329 \cdot \text{Log } A_{\text{dado por la observación}}$$

Entonces, con el nuevo resultado, se puede hacer medidas en la Fig. 8a.

Hemos de observar que, en la Fig. 8a, el punto A5 es el índice de un (B-V)' que se aproxima al valor 1.2. Esto deja sugerir que, todo valor igual o superior a 1.2 no debe ser tomado en consideración en lo que respecta al dominio de los valores positivos de Log A.

A priori, se diría que todo valor de (B-V)' igual o superior a 1.2 necesitaría sufrir una transformación. Desgraciadamente, las estrellas estudiadas hasta aquí no han dado todavía lugar a este caso, por lo que habrá que esperar nuevos datos antes de ser concluyentes sobre esto último.

El análisis de la Fig. 8b, sin embargo, parece prometer una respuesta fácil en cuanto se dispongan de los nuevos datos. En efecto, nosotros podemos ver que, después del valor $\text{Log } A = -0.325$, todas las curvas tienen la tendencia de recurrir hacia valores elevados de (B-V)'. Es, pues, probable que, en un caso como el descrito, la explicación consista únicamente en el empleo de otro coeficiente en lugar de 0.329.

La variación de (B-V)' con los valores negativos de Log A presenta aspectos muy interesantes. Notemos antetodo que la Fig. 8b, en la página 70, nos da esta vez una información sobre lo que ocurre en la zona crítica de la Fig. 6. Tres curvas, en efecto, aparecen en el rango $0 > \text{Log } A > -0.3$, a partir del cual la variación (B-V)' cambia de sentido.

El punto B1 no es otra cosa que $\text{Log } 2.5 = 0.398$, del cual la diferencia 0.1 nos conducirá, naturalmente, al otro punto B3. El punto B2, que se corresponde con el valor (B-V)' = -0.4, parece ser el polo opuesto al valor comentado (B-V)' = 1.2. El punto B4, en cambio, se presenta como un límite para las variaciones del rango $-0.4 > (B-V)' > -0.6$.

El punto B5, donde $\text{Log } A = -0.7$, hace coincidir en la Fig. 6 el lugar donde comienza el último rollo de espirales. Por otra parte, la misma intersección del punto B5 con la línea que pasa por B2, en la Fig. 8b, coincide también con el comienzo de un arco, en el cual se colocan justamente los últimos puntos de las curvas situadas en el rango $-0.7 > \text{Log } A > -0.9$.

Se notará, en fin, que la ordenada en $\text{Log } A = -0.4$ es (B-V)' = 0.1, mientras que la ordenada en $\text{Log } A = -0.1$ es (B-V)' = -0.1.

Cabe decir todavía que el punto B5 es el lugar donde se necesita hacer transformaciones previas, cada vez que $\text{Log } A < -0.7$, para poder hacer lecturas en la Fig. 8b. Estas transformaciones son posibles gracias a la ecuación (6) de la página 41.

Por consiguiente, cada vez que $\text{Log } A < -0.7$,

$$\begin{aligned} & \text{Log } A_{\text{transformado}} = \\ (30) \quad & [\text{Log}(2.5)^2 + \text{Log } \sqrt{2.5} + \Sigma (Y-Z)] + \text{Log } A_{\text{dado por la observación}} = \dots \\ & \dots = 1 + \text{Log } A_{\text{dado por la observación}} \end{aligned}$$

Es entonces que, con el nuevo resultado obtenido, se podrá hacer lectura en la Fig. 8b.

Las variaciones de $(U-B)'$ en función de $\log A$ es, como se puede ver en las figuras 9a y 9b de la página 71, mucho más sencilla en comparación con lo visto en $(B-V)'$.

Las variaciones se manifiestan siempre, desde luego, bajo forma de arcos pero de una manera muy regular y casi uniforme. La regularidad se mantiene constantemente a través de todo el rango $0 < \log A < 1.0$, en lo que concierne la Fig. 9a, pero la uniformidad se va alterando poco a poco debido a los cambios de pendientes que se observa en las líneas C1, C2, C2, C3 y C3, C4.

Ahora bien, la regularidad que se encuentra en la variación de $(U-B)'$, con los valores positivos de $\log A$, es debido al hecho de que los extremos superiores de los arcos se colocan a lo largo de la curva C1, C6. Esta curva conduce a un máximo $(U-B)' = 0.462$, que está definido por la diferencia entre el coeficiente 0.860 y $\log(2.5)$. Es decir, dicho máximo es $= 0.860 - \log(2.5) = 0.462$.

La naturaleza misma de la cantidad $(U-B)'$, de la cual ya encontraremos las explicaciones dentro de poco, hace que dicha cantidad se manifieste como una consecuencia de la relación existente entre estas otras dos cantidades A y $A'I$. Es decir que, según la ecuación (17) de la página 67, nosotros tenemos entonces :

Para $\log A$ positivo

$$(31) \quad (U-B)' = \log A - \log A'_2$$

La intervención conjunta de las cantidades A y $A'I$ en la definición de $(U-B)'$ hace que éste último tenga, en lo que respecta los valores negativos de $\log A$, una variación muy particular en cada paso -0.1 , -0.2 , -0.3 , ..., etc. De la misma manera, la particularidad de tal variación se manifiesta al comenzar el último rollo de espirales de la Fig. 6. Nosotros vemos que en la Fig. 9b, en efecto, la variación de $(U-B)'$ cambia de sentido en cuanto llegamos al valor $\log A = -0.7$.

Si representamos con N a los pasos $-0.1, -0.2, -0.3, \dots$, etc., y si escribimos $\eta = \log \sqrt{2.5} N$, nosotros tenemos entonces que

Para $\log A$ negativo

$$(32) \quad (U-B)' = \eta (\log A + \log A'_2)$$

Las figuras 9a, 9b constituyen el caso donde las transformaciones de $\log A$ no son nunca necesarias para hacer lecturas directas. Esto debido al hecho de que tales transformaciones ya están incluidas, en la Fig. 9a, con los cambios de pendientes de las líneas C1, C2, C2, C3, C3, C4, y la intervención de los coeficientes que definen el máximo 0.462 . En lo que concierne la Fig. 9b, el número η contiene implícitamente también a tales transformaciones.

La variación tan regular y casi uniforme de $(U-B)'$, tanto para los

valores positivos como para los valores negativos de $\text{Log } A$, en la forma en que nos lo representan las figuras 9a y 9b, haría aparentemente creer que, comparada con $(B-V)'$, la cantidad $(U-B)'$ es más indiferente a las diversas etapas de $\text{Log } A$ en la Fig. 6 de la página 54.

La verdad es que la cantidad $(U-B)'$ manifiesta siempre su variación en una dirección opuesta a la cantidad $(B-V)'$. Vamos a suponer, para comprobar esto último, que la Fig. 6 ha sido efectivamente extrapolada. Yendo entonces en dirección opuesta, nosotros nos acercaríamos de :

1o) - Para valores positivos de $\text{Log } A$:

a) - La variación de $(U-B)'$ es ciertamente regular y casi uniforme para el rango $1.0 > \text{Log } A > 0.8$. b) - La regularidad de la variación se mantiene en el rango $0.8 > \text{Log } A > 0.3$ pero la uniformidad se va alterando poco a poco con el cambio de pendientes. c) - Ambas características son muy alteradas, en el rango $0.3 > \text{Log } A > 0$, debido a que la última pendiente es muy aguda.

2o) - Para valores negativos de $\text{Log } A$:

a) - Tanto la regularidad como la uniformidad es constante a través de todos los rangos. Esto es naturalmente debido a que no existen cambios de pendientes esta vez. b) - Solamente, en cuanto se comienza el último rollo de espirales de la Fig. 6, la variación de $(U-B)'$ cambia entonces de sentido con el valor de $\text{Log } A = -0.7$.

Hemos de observar que, de todas las curvas que han sido trazadas hasta el presente, solamente la cantidad $(U-B)'$ tiene la propiedad de poseer el mismo punto de recurrencia 0 tanto para los valores positivos como para los valores negativos de $\text{Log } A$.

Es esto último lo que explica la naturaleza de $(U-B)'$, sobretodo cuando se le compara con $(B-V)'$. Esto, desde luego, es volver a la comparación ya establecida entre las cantidades C_y y C_u . En otras palabras, las recurrencias vistas en las páginas 21, 24, 28, 34 tienen ahora la explicación siguiente :

" La cantidad C_u , y por consiguiente la cantidad $(U-B)'$, son los únicos responsables de las recurrencias encontradas " .

Esta última constatación, tan simple en apariencia, ha ocasionado muchos equívocos en la clasificación espectral de las estrellas. De las dos cantidades $(B-V)'$ y $(U-B)'$, por ejemplo, una vez traducidos en colores intrínsecos, se sabía solamente que al menos la primera estaba relacionada a ciencia cierta con el tipo espectral. Pero de la segunda cantidad poco se sabía con certitud al respecto del verdadero papel que desempeña.

Algunos autores, para ensayar de explicar, recientemente, ciertas anomalías, han supuesto una alta transmisión del filtro B hacia el ultravioleta. Pero se trata, en verdad, de una propiedad de las estrellas en la región azul, la cual se manifiesta bajo la forma de una recurrencia al paso y a medida que se avanza hacia el ultravioleta.

Caber decir, sin embargo, si hablamos de los colores intrínsecos, que la certitud que se tenía al respecto de $(B-V)_o$ se debe al hecho de que éste se manifiesta como una variable independiente. La incertitud al respecto de $(U-B)_o$, en cambio, se debe al hecho de que éste último se manifiesta como una variable dependiente del primero de una manera muy singular.

Los colores intrínsecos (B-V)_o , (U-B)_o

La variación de (B-V)_o con Log A es muy interesante por el hecho de que nos da una información todavía más completa acerca de las espirales de la Fig. 6 .

Así, pues, analicemos ahora la Fig. 10a de la página 72 . Para comenzar, observemos que (B-V)_o da tres arcos en el rango $0 < \text{Log A} < 0.2$, los cuales sitúan su concavidad sobre la curva D1, D2 . Es de observar, además, que los tres arcos disminuyen progresivamente de extensión al paso y a medida que Log A se aproxima al valor $\text{Log A} = 0.2$. Por otra parte, el rango $0 < \text{Log A} < 0.2$ es el que precisamente abarca, en la Fig. 6 , el sector donde se encuentra la primera espiral después de la zona crítica.

Tan pronto como se ha pasado de dicha espiral, o sea el punto D2 en la Fig. 10a , los mismos tres arcos cambian de dirección y se sitúan entonces en la curva D2, D6 . Examinando la Fig. 6 , nosotros vemos que esta nueva evolución se realiza en el rango $0.2 < \text{Log A} < 0.4$, donde casualmente se encuentra el próximo rollo de espirales. En cuanto a la extensión, dichos tres arcos evolucionan de la misma manera que en el rango anterior pero en sentido inverso.

Las proyecciones de las curvas D1, D2 y D2, D6 , o sean los puntos D3 y D4 en la Fig. 10a , se cortan en el lugar donde $\text{Log A} = 0.315$, es decir, donde la parte más densa del rollo se espirales aproxima a su fin.

A partir de $\text{Log A} = 0.4$, donde quizás sería el punto exacto en que la extrapolación comenzaría, los arcos evolucionan siempre en número de tres pero, al mismo tiempo, ocurre lo siguiente :

1o) - Los arcos, uno después del otro, van cambiando de dirección y de sentido alternativamente. Quizás esto indica la existencia de otros nudos de espirales, los cuales probablemente se sitúan alternativamente encima y debajo de la curva extrapolada.

2o) - Las extensiones son iguales en cada uno de ellos. Esto da indicios de nudos espirales con densidades iguales.

3o) - Existen dos puntos de inflexión, en lugares donde $\text{Log A} = 0.650$ y $\text{Log A} = 0.825$, en la Fig. 10a , lo que quizás indica cambios bruscos de pendientes en la curva extrapolada.

4o) - A partir de $\text{Log A} = 0.650$, los arcos se sitúan definitivamente debajo de la curva D2, D6 .

Se notará que la curva D1, D2 cambia de sentido, en el valor donde se presenta el máximo para el cual $(B-V)_o = -0.176$, es decir, en el punto D2 . En hecho, este punto está definido por el valor

$$- \left\{ \text{Log } \sqrt{2.5} - \left[\frac{\alpha\beta}{10(c+d)} + \sum (Y-Z) \right] \right\} = -0.176$$

El otro máximo D6 , donde $(B-V)_o = -0.199$, está desde luego definido por $\text{Log } \sqrt{2.5} = 0.199$ solamente.

Las ecuaciones que definen a $(B-V)_o$ varían según la cantidad auxiliar A'3 . El primer punto de la Fig. 10a , por ejemplo, donde $(B-V)_o = -0.029$, corresponde con el valor particular de $\text{Log A}'3 = -0.021$ en $\text{Log A} = 0$. En efecto, según los puntos A1 = 0.697 y A3 = 0.199 en la Fig. 8a , nosotros tenemos que

Cuando $\text{Log A} = 0$, y por consiguiente $\text{Log A}'3 = -0.021$,

$$(33) \quad (B-V)_0 = 2 \log A'_3 [0.860(A_1 + A_3)] = 2 \log A'_3 [0.860(0.697 + 0.199)] = -0.029$$

Para los demás puntos de la Fig. 10a, página 72, nosotros necesitamos hacer solamente las lecturas de $(B-V)'$ en la Fig. 8a de la página 69, según el $\log A$ dado por la observación. Dependeremos entonces solamente de de dos rangos de A'_3 . Es decir,

$$\text{Si } \log A'_3 > -0.100$$

$$(34) \quad (B-V)_0 = 2 \log A'_3 [\log A + 0.860(B-V)']$$

$$\text{Si } \log A'_3 < -0.100$$

$$(35) \quad (B-V)_0 = \frac{\log A'_3}{2} [\log A + 0.860(B-V)']$$

Se recordará, una vez más, la necesidad de transformar $\log A$ si éste es mayor que el valor 0.3, antes de hacer lecturas de $(B-V)'$ en la Fig. 8a de la página 69. Es decir, si $\log A > 0.3$, recordaremos que

$$\log A_{\text{transformado}} = 0.329 \cdot \log A_{\text{dado por la observación}}$$

En cuanto a los $\log A$ negativos, la naturaleza de $(B-V)_0$ nos hace comprender que no podemos hablar de valores en sentido opuesto en este caso. Solamente, para valores muy cercanos en defecto o en exceso de $\log A = -0.4$, que corresponde al punto D5 de la Fig. 10a en la página 72, se transforma al $\log A$ negativo de la manera siguiente:

$$\log A_{\text{transformado}} = \log \sqrt{2.5} \left(\frac{-\log A}{-2.5} \right)$$

El nuevo $\log A$, ya transformado en positivo, nos permite entonces hacer las lecturas en la Fig. 10a.

En fuera del punto particular $\log A = -0.4$, todos los demás valores negativos de $\log A$ se dividen simplemente por -2.5 para transformarlos en valores positivos. Entonces, con estos valores así transformados, se puede pasar a hacer lecturas en la Fig. 10a.

En cuanto a $(U-B)_0$, Fig. 10b de la misma página 72, se puede observar que sus variaciones son regulares para el rango $0 < \log A < 0.3$, es decir, justamente el último sector de espirales de la Fig. 6. En dicho rango, en efecto, se encuentran tres curvas que se disponen según el ángulo EI, E2, E3. El punto EI, donde $(U-B)_0 = -0.176$, es la correspondencia del punto D2 de la Fig. 10a. En cuanto al punto E2, donde $(U-B)_0 = -0.602$, él está definido por

$$- [\log(2.5) + \log \sqrt{2.5} + \Sigma(Y-Z)] = -0.602$$

Los puntos EI y E2, como se ve, son los que definen al otro punto E3 en $\log A = 0.615$, que debe ser probablemente un punto de inflexión en la curva de la Fig. 6 que fuere extrapolada. Este punto E3 corresponde a un $(U-B)_0 = -0.697$, valor numérico del coeficiente que ya hemos utilizado anteriormente en las ecuaciones.

A simple vista se ve que la variación de $(U-B)_0$ con $\log A$ es, en la Fig. 10b, una correlación entre el $(B-V)'$ de las figuras 8a y 8b y el $(U-B)'$ de las figuras 9a y 9b.

El rango $0 < \log A < 0.3$ de la Fig. 10b, por ejemplo, conserva su semejanza con el mismo rango en la Fig. 8a. Después, con la excepción del rango $0.525 < \log A < 0.675$ del cual hablaremos enseguida, todos los otros rangos no son más que las curvas de $(U-B)'$ invertidas para $\log A$ negativo. La manera en que éstas últimas se disponen en una gran curva E5, E6, E7 es una manifestación sobre la manera en que varía $(B-V)'$ en todos aquellos valores $\log A > 0.325$.

Ahora bien, el rango $0.525 < \log A < 0.675$ es una consecuencia del mínimo y del máximo que hemos visto en $\log A = 0.550$, de la Fig. 7e de la página 68, y en $\log A = -0.7$, de la Fig. 7f de la misma página. Así, pues, el punto E4 de la Fig. 10b es simplemente la mediana de tales valores.

Nosotros vemos que la curva E5, E6, E7 tiene una extensión rectilínea hasta el punto E6, donde $(U-B)_0 \approx -0.462$. El valor numérico no es otra cosa que aquel visto en $(U-B)' = 0.462$ de la Fig. 9a. En otros términos, el punto E6 está definido por $-[0.860 - \log(2.5)]$. A partir de dicho punto, $(U-B)_0$ tiene una variación curvilínea hasta el punto E7. Pero el punto E7 no es otra cosa que

$$- [\log(2.5) + \frac{\alpha\beta}{10(c+d)} + \Sigma(Y-Z)] = -0.819$$

que es el valor que tiene $(U-B)_0$ en dicho punto. Tanto la curva E5, E6, E7 como la línea E5, E7, en fin, se cortan en el lugar E5, que no es otra cosa que una simple correspondencia con el punto EI.

El análisis de la Fig. 10b, pues, demuestra que la cantidad $(U-B)_0$ depende a la vez de las otras cantidades $(B-V)'$ y $(U-B)'$. Es más, dicho análisis nos enseña también que el cálculo del color intrínseco $(U-B)_0$ difiere según que $\log A$ es menor o mayor que 0.3. Dicho en otras palabras, los cálculos no pueden ser realizados, para valores menores o mayores que el ya citado, utilizando un mismo par de coeficientes. Así, pues,

1o) - Cuando $\log A < 0.3$,

$$(36) \quad (U-B)_0 = 1.233(U-B)' - 0.860(B-V)'$$

2o) - Cuando $0.3 < \log A < 0.8$,

$$(37) \quad (U-B)_0 = 0.697 (U-B)' - (B-V)'_t$$

La "t" en $(B-V)'$ es con el objeto de hacer recordar que, en la Fig. 8a, se debe tomar el $(B-V)'$ correspondiente al $\log A$ transformado cuando éste último es mayor que 0.3. Es decir, primero se transforma $\log A$ sabiendo ya que

$$\log A_{\text{transformado}} = 0.329 \cdot \log A \text{ dado por la observación,}$$

y es entonces con el nuevo valor que se hará lectura en la Fig. 8a.

Ahora bien, es necesario estar muy atento cuando se trata de hacer lecturas en la Fig. 10b en aquellos casos en que la observación nos da $\log A$ negativos. Nosotros tenemos los cuatro casos siguientes:

a) - Si $0 > \log A \gg -0.3$,

$$+\log A_{\text{transformado}} = -0.1(-\log A) \text{ dado por la observación}$$

b) - Para $-\log A$ cercanos a $-\log A = -0.325$, en defecto o en exceso,

$$\begin{aligned} \log A_{\text{transformado}} &= -\log \frac{(2.5)^2}{\sqrt{2.5}} (-\log A) \text{ dado por la observación} = \dots \\ &\dots = -0.597(-\log A) \text{ dado por la observación} \end{aligned}$$

c) - Si $-0.325 > \log A > -0.500$,

Primero :

$$\log A_{\text{transformado}} = \frac{-\log A \text{ dado por la observación}}{-2.5}$$

Segundo :

Con el resultado se hace entonces lectura en la Fig. 10b. El $(U-B)_0$ obtenido con tal lectura se le transforma también:

$$(U-B)_0_{\text{transformado}} = +0.597 (U-B)_0 \text{ leído con el } \log A_t$$

d) - Si $-0.7 > \text{Log } A > -1.0$,

Primero :

$$\text{Log } A_{\text{transformado}} = -0.329 (-\text{Log } A) \text{ dado por la observación}$$

Segundo :

Con el resultado obtenido, se hace entonces lectura en la Fig. 10b .
Al $(U-B)_0$ así obtenido se le transforma también :

$$(U-B)_0 \text{ transformado} = +0.597 (U-B)_0 \text{ leído con el } \text{Log } A_t$$

El tipo espectral de las estrellas

Estando ahora en posesión de todas las informaciones precisas al respecto de la pareja de valores $\text{Log } A$, $\text{Log } A'$, nuestra tarea consiste entonces en escribir la forma definitiva de la ecuación (I6) de la página 59. Conforme hemos de recordar, en efecto, dicha ecuación nos daba R_1 bajo un aspecto general, necesitando posteriormente el desarrollo de cada una de sus componentes.

La nueva tarea nuestra equivale, por lo tanto, a "desenrollar" completamente todos los nudos espirales de la Fig. 6 en la página 54 . Nosotros ya sabemos que, yendo del centro de un nudo cualquiera hacia el exterior, cada rama en espiral del nudo en cuestión contiene todos los valores $\text{Log } A$, $\text{Log } A'$ para cada tipo espectral.

Así, por ejemplo, el centro del nudo corresponde a las estrellas muy calientes. Después viene una rama en espiral demasiado pequeña que corresponde al tipo B_0 ; luego viene otra rama en espiral apenas un poquito más extendida que la anterior y que corresponde al tipo B_1 ; enseguida viene otra rama en espiral algo más extendida que la de B_1 y que corresponde a B_2 . Las cosas continúan así hasta llegar al tipo B_9 .

Esto quiere decir por lo tanto que, para el centro del nudo, habrá una sola pareja de valores $\text{Log } A$, $\text{Log } A'$ y que corresponde, en consecuencia, a las estrellas muy calientes. La línea continua de la Fig. 6 , pues, corresponde solamente a los nudos de las espirales que allí se encuentran. Como es de imaginar, el tipo B_0 tendrá solamente algunas escasas parejas de valores $\text{Log } A$, $\text{Log } A'$. El siguiente tipo B_1 tendrá un poco más que el anterior y así, sucesivamente, para B_2 , B_3 , B_4 , ... , B_9 .

Naturalmente, conforme ya se ha dicho, es de suponer a priori que las cantidades $\text{Log } A$, $\text{Log } A'$ harán intervenir, en el cálculo definitivo del número R_1 , a todas las cantidades auxiliares que fueron necesitadas hasta entonces. Por otra parte, y como una materia de hecho, también habrán de intervenir las dos nuevas cantidades que se derivan de las acabadas de mencionar : Los colores intrínsecos $(B-V)_0$ y $(U-B)_0$.

De todo esto, pues, tenemos finalmente que

(38)

$$R_1 = \text{Log } A'_y + (B-V)_0 \cdot (U-B)_0$$

Si el $\text{Log } A$ dado por la observación es negativo, se hace entonces la transformación siguiente :

$$\text{Log } A_{\text{transformado}} = \frac{-\text{Log } A_{\text{dado por la observación}}}{-2.5}$$

con lo cual, mediante el $\text{Log } A$ transformado, se podrá hacer lecturas sobre la figura que representa el tipo espectral de las estrellas en función de la cantidad $\text{Log } A$.

La variación de RI en función de $\text{Log } A$ está representada en la Fig II de la página 73. Tanto los círculos blancos como las curvas continuas son el "desenrollo" de cada nudo espiral de la Fig. 6. Esto quiere decir que, de la Fig. 6, se han tomado todas las parejas de valores posibles por cada rama en espiral, nudo por nudo. Este trabajo ha sido hecho yendo del centro de cada nudo hacia el exterior y se han elegido, para la representación gráfica de la Fig. II, los mismos intervalos $\text{Log } A = 0.025, 0.050, 0.075$, etc. que se han utilizado para las otras figuras.

Los círculos negros son simples extrapolaciones. De la misma manera, se han trazado curvas en trazos discontinuos en forma de unir todos aquellos puntos que corresponden a un mismo tipo espectral, o puntos que corresponden a una secuencia espectral. En otros términos, hay curvas en trazos discontinuos que unen, por ejemplo, todos los puntos correspondientes a $B9, B8, B7$, etc., o todos aquellos que corresponden a la secuencia $B0, B1, B2, \dots, B9$.

NOTA : Por inadvertencia, yo he olvidado de indicar los círculos blancos de la primera curva continua, la cual se encuentra en el rango $0 < \text{Log } A < 0.1$. Yendo de arriba hacia abajo, los dos primeros círculos blancos son $B9$ mientras que los otros dos son $B9.5$.

Lo primero a decir, de la Fig. II, es que las estrellas están ciertamente distribuidas en tres grupos. Eso es ahora demasiado evidente. No existe, por lo tanto, ninguna duda de que esos tres grupos son el resultado de los tres arcos que ya hemos visto tantas veces, muy especialmente en la figura 7g de la página 68. La correlación entre arcos y grupos es muy fiel, si se juzga por las amplitudes, disposición y distribución de los primeros.

El primer grupo ocupa el rango $0 < \text{Log } A < 0.3$. El consiste de tres curvas conteniendo estrellas que van solamente de $B7$ a $B9.5$. El segundo se extiende a lo largo del rango $0.3 < \text{Log } A < 0.7$ y contiene un mayor número de estrellas, dispuestas en secuencias más extendidas. Los bordes de tales secuencias van variando al paso y a medida que se avanza hacia $\text{Log } A = 0.7$. El tercer grupo, que está comprendido en el rango $0.7 < \text{Log } A < 1.0$, tiene secuencias cortas que van, respectivamente, de $B2$ a $B6$, de $B1$ a $B5$ y de $B1$ a $B4$.

La curva superior en trazos discontinuos alcanza un máximo en el lugar donde $\text{Log } A = 0.650$. También se observará, pues, que en ese lugar tenemos $RI = -1.0$. Este es el valor máximo que se encuentra en la Fig. II y que corresponde a las estrellas de tipo espectral $O9$. Por otra parte, la curva inferior en trazos discontinuos alcanza un máximo en el lugar donde $\text{Log } A = 0.975$. Dicho máximo, en tal lugar, corresponde a las estrellas de tipo espectral $B3$. Pero ambas curvas superior e inferior en trazos discontinuos tienen el punto de origen común $\text{Log } A = 0$. Se notará que, en ese lugar, $RI = 0$. Es el valor mínimo que nos da la Fig. II y que corresponde a las estrellas de tipo espectral $A0$.

Las palabras máximo y mínimo son utilizadas aquí en sentido inverso, con el objeto de adoptar el sentido de las estrellas más frías a las estrellas más calientes.

Existe la particularidad, entre el primer y tercer grupo, de que la evolución en ambos se realiza en sentido opuesto. A este respecto, se ve bien, en la Fig. II, de que el segundo grupo es precisamente la conexión entre ellos dos. Esto es fácil de constatar por el hecho de que el borde superior del segundo grupo completa la secuencia del primero, del lado de las estrellas más recientes, mientras que su borde inferior completa la secuencia del tercero, del lado de las estrellas más tardías.

Es de observar el cambio tan brusco en dirección que existe en el lugar donde $\text{Log } A = 0.575$ y $\text{Log } A = 0.550$. En efecto, de $\text{Log } A = 0.575$ a $\text{Log } A = 0.550$ se puede pasar de B0.5 a B8 sin necesidad de ir de $\text{Log } A = 0.575$ a $\text{Log } A = 0.525$ directamente. Como es de suponer, este cambio brusco es la consecuencia del máximo y del mínimo ya comentados a propósito de las figuras 7e y 7f de la página 68.

Sobre lo último que se ha dicho, y cuestión aparte de las estrellas más recientes que se encuentran en la curva superior de trazos discontinuos, así como también en la vecindad inmediata de ésta misma, nosotros podemos observar que el rango tan pequeño $0.550 < \text{Log } A < 0.575$ es, en verdad, un paso de transición entre las estrellas más recientes y las estrellas que son más tardías.

Ahora bien, para corroborar este punto de vista, hemos de notar que todas las estrellas más recientes que se encuentran en la parte superior y en el lado izquierdo del máximo en $\text{Log } A = 0.650$, exceptuando por los momentos aquellas que se encuentran situadas sobre la curva superior en trazos discontinuos, forman parte de otras curvas discontinuas que se dirigen, todas, hacia la derecha del máximo referido. Es decir, ellas se dirigen hacia el tercer grupo, donde se encuentran también estrellas más recientes. Así mismo, nosotros podemos igualmente observar que, en cuanto a las estrellas más recientes situadas sobre la curva superior en trazos discontinuos, ellas son por sí mismas los puntos de partida de las otras curvas discontinuas que se acaban de mencionar.

La situación recién descrita, cuando se va de las estrellas O9 a las estrellas AO, perdura hasta llegar a la línea recta discontinua que une todos los puntos correspondientes a las estrellas B4. Esto sugiere, por consiguiente, que las mismas estrellas B4 deben ser un paso de transición entre las más recientes y las más tardías. Esta sugerencia viene del hecho que tanto las estrellas B3 como las B4 recurren justo en la curva superior de trazos discontinuos. Además de esto, se observa que la curva discontinua de las estrellas siguientes, es decir, las estrellas B5, tiene en la región del tercer grupo una parte curvilínea que se dirige en sentido opuesto a la parte curvilínea de las anteriormente descritas.

La descripción al respecto de la línea discontinua de las estrellas B5 resulta ser, por lo tanto, bastante interesante. Por una parte, en efecto, encima de ella se encuentran otras líneas discontinuas, perteneciendo a estrellas más recientes, que son completamente rectas. Por otra parte, debajo hay otras líneas discontinuas que pertenecen a estrellas más tardías y que también son completamente rectas. Esto sugiere de nuevo que, después del paso de transición habido en las estrellas B4, en las estrellas B5 deben reunirse ciertas características espectrales que darían la orientación definitiva hacia las estrellas más tardías. En otras palabras, debe ser posible discernir muy fácilmente a las estrellas B5 mediante tales características.

Todo esto parece corroborarse si se observa que, en el caso de la línea discontinua que une todos los puntos correspondientes a las estrellas B6, la pendiente ha variado con respecto a todas las otras. Lo que indicaría que, en las estrellas B6, las características espectrales referidas se hacen más notorias y que, de este hecho, debe haber un punto de recurrencia con las estrellas siguientes, o sean las B7, sobre la curva superior en trazos discontinuos. Esto es, en efecto, lo que se observa en la Fig. II de la página 73.

La misma línea discontinua de los puntos B6 es, en verdad, una recurrencia todo a lo largo del rango $0.315 < \text{Log A} < 0.675$. En $\text{Log A} = 0.675$, como se puede ver, la recurrencia mencionada culmina con el encuentro de dos secuencias que evolucionan en el mismo sentido pero en direcciones ~~distintas~~. Se notará que el punto final de la línea discontinua B6, donde $\text{Log A} = 0.8$, es también el punto de recurrencia de otras dos secuencias que evolucionan esta vez en sentido y dirección diferentes.

Los puntos correspondientes al tipo espectral B0.5, en el segundo grupo, parecen dar indicios de un paso de transición con muy corta duración. Tal paso de transición con tan corta duración se encuentra en el lugar donde $\text{Log A} = 0.575$, del cual ya vimos ~~es~~ que también el lugar donde ocurre el cambio brusco ya mencionado. Hay, además, el hecho de que, tanto a la derecha como a la izquierda de $\text{Log} = 0.575$, siempre se termina por llegar a las estrellas BI.

Al respecto del segundo grupo, y en lo que concierne a la línea superior en trazos discontinuos, los puntos de las estrellas BI constituyen puntos de partida de otras curvas discontinuas. Estas últimas se orientan, sin excepción de ninguna de ellas, hacia el tercer grupo. Una de tales líneas representa la corta secuencia BI, B2, B3, B4 hasta el lugar donde $\text{Log A} = 0.875$. Pero este lugar es, en verdad, un punto de recurrencia de tres curvas discontinuas que evolucionan en dirección y sentido diferentes.

Luego sigue una segunda línea discontinua, constituida únicamente de puntos correspondiendo a las estrellas BI, y la cual termina en el lugar donde $\text{Log A} = 0.825$. Enseguida siguen otras dos con las características siguientes: a) - Una parte enteramente curvilínea que se dirige hacia las estrellas BI, partiendo de B0.5 donde $\text{Log A} = 0.575$, sobre la curva superior en trazos discontinuos y en el segundo grupo. b) - Otra parte completamente rectilínea, a la derecha de $\text{Log A} = 0.575$, conteniendo siempre estrellas BI y que termina en $\text{Log A} = 0.825$.

El lugar donde ocurre el cambio brusco, o sea B0.5 en $\text{Log A} = 0.575$, está originado por el paso de una pequeña curva parabólica. La rama izquierda de dicha curva parabólica viene de las estrellas B0, sobre la curva superior en trazos discontinuos. La rama derecha de ella viene de la curva continua comprendida en el rango $0.625 < \text{Log A} < 0.7$. Esto quiere decir, pues, que el centro de la pequeña curva parabólica, así como en la vecindad inmediata, están constituidos de estrellas B0.5.

De esto último hay lugar a creer que, probablemente, las estrellas B0 tienen ciertas características espectrales que evolucionan con mucha rapidez. La rapidez de tal evolución sería tal que, en B0.5, habría lugar a una neta aparición de caracteres completamente definidos y que darían la orientación final hacia las estrellas BI. Esto sería la explicación de la recurrencia encontrada en el lugar donde $\text{Log A} = 0.825$.

Hay todavía, en la parte superior de la Fig. II, dos últimas curvas discontinuas que no pasan por B0.5. Es decir que estas últimas, partiendo de la curva superior en trazos discontinuos, se van directamente hacia el punto de recurrencia BI en donde $\text{Log A} = 0.825$. Pero la sola razón de esto es la presencia de la pequeña curva parabólica. Es decir, que, por una parte, las dos últimas curvas van hacia el punto de recurrencia BI pero que, por otra parte, ellas serían de nuevo desviadas por la curva parabólica, haciéndoles pasar B0.5 y, en fin, haciéndoles caer nuevamente en las estrellas BI que se encuentran en la curva superior en trazos discontinuos.

Volviendo ahora al primer grupo, y comparándole con los otros dos, se ve que las estrellas más tardías tienen una evolución ciertamente muy limitada. Lo primero a decir es que las tres curvas continuas del primer grupo están ellas mismas encerradas por otras dos grandes curvas discontinuas. Estas dos curvas discontinuas se encuentran en el lugar donde $\text{Log A} = 0.320$. Se ve allí, una vez más, que las estrellas B7 marcan el fin de una evolución activa de las características espectrales, para luego entrar en una fase donde tal evolución es muchísimo más lenta hasta llegar a su desaparición total en las estrellas AO.

Hay muchas cosas por decir, naturalmente, al respecto de la Fig II. Pero el análisis que hemos hecho da ya una idea bastante aproximada al respecto del tipo espectral de las estrellas. Vista en su conjunto, sin embargo, nosotros podemos sacar de la Fig. II las conclusiones que a continuación se expresan :

- 1o) - La Fig. II es la representación detallada de la Fig. 6.
- 2o) - Los tres grupos de la Fig. II corresponden muy fielmente con los tres sectores de espirales que contiene la Fig. 6, así como también con los tres arcos de la Fig. 7g.
- 3o) - Las ramas en espirales, nudo por nudo, representan, cada una de ellas, a cada tipo espectral. En consecuencia, los colores intrínsecos (B-V)_o, (U-B)_o corresponden a cada rama en espiral. Esto quiere decir que, para un tipo espectral dado, estrellas perteneciendo a ese tipo espectral pueden tener colores intrínsecos (B-V)_o, (U-B)_o diferentes. La interpretación correcta es que tales colores intrínsecos diferentes, para un tipo espectral dado, definen a un grupo determinado de estrellas perteneciendo a una misma rama en espiral.
- 4o) - Según el punto (3o), las "correcciones" de colores intrínsecos, para ciertas estrellas, no se justifican en ninguna forma. Tales estrellas, en verdad, pueden pertenecer a una curva cualquiera en la Fig. II.
- 5o) - Las curvas continuas son el resultado del "desenrollado" de las ramas en espirales, nudo por nudo, de la Fig. 6.
- 6o) - Las curvas discontinuas son debidas al factor que queda por identificar, del cual hemos hablado en el punto (10o) de la página 56.
- 7o) - El cambio brusco encontrado en la Fig. II es debido a la parte que hemos llamado "zona crítica" en la Fig. 6.
- 8o) - Las recurrencias observadas en la Fig. II son debidas a aquellas recurrencias encontradas en las páginas 21, 24, 28, 34.
- 9o) - Adoptando el sentido 09-A0, el máximo -1.0 corresponde a las estrellas 09 mientras que el mínimo 0 corresponde a las estrellas A0.
- 10o) - Las curvas continuas son secuencias cuya extensión depende de los bordes definidos por las curvas superior e inferior en trazos discontinuos.
- 11o) - Las curvas superior e inferior en trazos discontinuos, encambio, son dos secuencias completas.
- 12o) - La primera secuencia completa, que es la curva superior en trazos discontinuos, va en el sentido $\text{Log } A = 0.650 \longrightarrow \text{Log } A = 0$. La segunda secuencia completa va primero en el sentido $\text{Log } A = 0.650 \longrightarrow \text{Log } A = 1.0$ y, debido a la recurrencia habida en B4 para $\text{Log } A = 1.0$, cambia entonces de sentido y va de $\text{Log } A = 1.0$ hacia $\text{Log } A = 0$. Esta es la línea inferior en trazos discontinuos.

No nos queda ahora más que comparar con el procedimiento utilizado hasta entonces por Johnson con estos dos fines : Establecer las diferencias, puesto que ciertamente las hay, e indicar las razones de tales diferencias. Esta tarea será sumamente fácil después de todo lo que se ha dicho hasta aquí.

Comparación con el procedimiento de JOHNSON

La Fig. I5 de la página 77, que da una representación exacta de los valores dados por JOHNSON para el número "Q", presenta una gran analogía con la Fig. 7g de la página 68. Nosotros vemos que, en primer lugar, los valores de "Q" se disponen en tres arcos muy bien definidos. Hay, naturalmente, la diferencia de que Fig. I5 da una serie de tres arcos, de los cuales uno es común para todas las estrellas que tienen las clases de luminosidad V, III y II. Para las estrellas con clases de luminosidad Ib y Ia, en cambio, la Fig. I5 nos da una serie de tres arcos para cada una de estas últimas.

Hagamos abstracción, por los momentos, de las clases de luminosidad que son obtenidas en el procedimiento de JOHNSON. Dicho esto, retengamos ahora de la Fig. I5 los hechos siguientes :

- a) - El número "Q" de JOHNSON define el tipo espectral mediante la ecuación lineal $"Q" = (U-B)_0 - 0.720(B-V)_0$.
- b) - Los diferentes valores de "Q", para un mismo tipo espectral, son atribuidos a las clases de luminosidad.
- c) - Los arcos de la Fig. I5 corresponden con aquéllos de la Fig. 7g y, al mismo tiempo, corresponden también con la división en grupos que se ha encontrado en la Fig. II.
- d) - La existencia de tres curvas diferentes en la Fig. I5 es, justamente, el punto que hemos de discutir, más adelante, al respecto de la Fig. I2 de la página 74.
- e) - La Fig. I5 da también el valor 0 para las estrellas AO.
- f) - La línea de enrojecimiento, mostrada en trazos discontinuos por la Fig. I5, tiende a dar el valor -0.1 a las estrellas 09.

La comparación entre las Figuras II y I5 deja ver inmediatamente, pues, que la ecuación de JOHNSON es solamente un caso particular de la ecuación (38) de la página 88. En otras palabras, el número "Q" de JOHNSON es solamente un caso particular del número RI.

Nuestro análisis de la Fig. II nos permite afirmar que la curva superior en trazos discontinuos es la que corresponde a la ecuación lineal mencionada. Tal como se puede ver, dicha curva es completamente rectilínea en la casi totalidad de su extensión. Es por eso, pues, que, para tal caso particular, había sido siempre posible obtener el tipo espectral mediante una ecuación lineal.

Se había dicho igualmente, por otra parte, que algunas estrellas eran "corregidas" por el hecho de que sus colores intrínsecos no encuadran perfectamente con la ecuación lineal. Nosotros estamos ahora en medida de afirmar que tales "correcciones" constituyen un error. En efecto, dichas "correcciones" no existen en la realidad de las cosas. Solamente ocurre que tales estrellas pertenecen a curvas diferentes en la Fig. II.

Es más, conforme es el caso para todo el enjambre de curvas de la Fig. II, nosotros podemos poner, de nuevo, en claro el hecho siguiente :

La curva superior en trazos discontinuos, que es la que corresponde a la ecuación lineal de JOHNSON, está en verdad constituida de segmentos de recta que representan, cada uno de ellos, a un tipo espectral dado. La extensión de cada segmento depende a la vez de las recurrencias encontradas y de la rama en espiral de un nudo determinado. No se puede esperar, pues, en la curva superior

en trazos discontinuos, a encontrar una variación regular de la extensión de los segmentos según el tipo espectral.

Por consiguiente, por cada segmento de recta en la curva superior en trazos discontinuos, nosotros no podemos pretender que un solo punto dado pueda definir a un tipo espectral dado. Es decir, por cada segmento de recta correspondiendo a un tipo espectral determinado, hemos de esperar diferentes valores que corresponden todos a dicho tipo espectral. En otras palabras, estos valores diferentes no corresponden a la clase de luminosidad, tal como lo sugiere el procedimiento de JOHNSON.

La Fig. 6 de la página 54 nos permite ahora ser categóricos sobre este último punto. Es decir, los valores diferentes, correspondiendo a un mismo tipo espectral, pertenecen solamente a la rama en espiral del tipo espectral en cuestión según el nudo correspondiente de la Fig. 6.

Desgraciadamente, pues, queda por decir que la diferencia de valores para un tipo espectral dado, en el procedimiento de JOHNSON, ha sido confundida con la clase de luminosidad. Esta última es determinada por el número R_2 , del cual nos ocuparemos dentro de poco.

Esta confusión salta a la vista con la Fig. I4 de la página 76, donde se encuentra una representación fiel de los valores dados por JOHNSON para los colores intrínsecos. Si hacemos coincidir el vértice 09 de la Fig. I4 con el vértice AO de la Fig. II, tendremos entonces la sorpresa de constatar el hecho de que ambas figuras son semejantes.

Hemos de comprender, pues, que la comparación, con el procedimiento de JOHNSON, nos dará siempre las diferencias que son ahora demasiado fáciles de esperar. Es decir, que :

1o) - Un acuerdo o semi-acuerdo significaría que las estrellas comparadas se encuentran en la curva superior en trazos discontinuos de la Fig. II .

2o) - No hay ningún sentido al respecto de la comparación de las clases de luminosidad. Todo acuerdo o semi-acuerdo no es entonces otra cosa que el producto de una coincidencia.

3o) - Tales coincidencias pueden producirse por el hecho de que, en las ramas espirales y nudo por nudo de la Fig. 6, la pareja de valores $\log A$, $\log A'$ se mantiene en una relación muy estrecha con la cantidad C_u . Es esta relación tan estrecha la que define la clase de luminosidad.

Nuestro análisis de la Fig. II nos hace comprender también que, en este sistema U,B,V utilizado para la clasificación espectral de las estrellas, debemos esperar discordancias eventuales, no solamente con el procedimiento utilizado por JOHNSON, pero igualmente con cualquier otro sistema. La razón de esto es que la Fig. 6 nos muestra cosas que eran hasta el presente desconocidas.

En lo que concierne este trabajo, por sí mismo, nos queda todavía por saber :

1o) - ¿ Qué es, en fin de cuentas, el factor de la Fig. 6 que queda todavía por identificar ? - /. ¿ Estaría dicho factor íntimamente relacionado con la propia evolución de las estrellas, conforme se podría pensar quizás ? .

2o) - ¿Cuál es el verdadero significado de la " zona crítica " de la Fig. 6 ? - /. ¿ Existe también algún vínculo entre ella y la evolución ya mencionada ? .

En cuanto a la Fig. II, y conforme ya se dijo anteriormente, muchas cosas quedan todavía por decir a su respecto. Por su aspecto tan complejo, solamente, ya podemos retirar la impresión que la clasificación espectral de las estrellas necesita ser analizada a la luz de estos nuevos hechos.

La clase de luminosidad de las estrellas

Nosotros vemos que, de todo lo dicho hasta el presente al respecto de las recurrencias, de la naturaleza de la Fig. 6, de su desarrollo en la Fig. II, y de lo que discutiremos ahora al respecto de la Fig. I2, aparece la necesidad de hacer un estudio, mucho mas extenso, para ensayar de responder a ciertos problemas conocidos en la clasificación espectral. Con este fin, precisamente, se tiene la intención de preparar, para otra oportunidad, un nuevo trabajo consistiendo principalmente en un vínculo entre la fotometría fotoeléctrica y la espectroscopia.

Al respecto de la luminosidad de las estrellas, yo creo conveniente recapitular primero lo que es conocido hasta hoy antes de entrar al estudio de la Fig. I2, de la página 74.

Lo primero a decir es que el criterio de luminosidad no está, todavía, satisfactoriamente definido. Esto comenzó primero por ser asociado a la distribución de las magnitudes absolutas entre las estrellas poseyendo tipos espectrales diferentes. El punto de partida utilizado, para tal distribución, han sido las magnitudes absolutas mediante el empleo de los dos procedimientos siguientes: El método de los paralajes trigonométricos y el método de los paralajes dinámicos de las estrellas dobles.

Los primeros trabajos realizados permitieron encontrar dos grupos de estrellas diferentes entre sí: El grupo de las estrellas enanas y el grupo de las estrellas gigantes. En hecho, el primer grupo tiene una intensidad luminosa muy débil mientras que el segundo tiene una fuerte intensidad luminosa. Era fácil de suponer, entonces, que ambos grupos debían poseer características espectrales muy diferentes.

De esto último vino la idea de estudiar las estrellas dobles puesto que, poseyendo movimientos propios diferentes, estas estrellas podrían entonces dar ciertas informaciones al respecto de la luminosidad. Aparece lógico, en efecto, que, si se suponen dos estrellas de un mismo tipo espectral y con brillos semejantes, la mas alejada ha de ser mas luminosa que la segunda. Dicho en otros términos, si una de las estrellas está mas alejada que la otra, y ambas son del mismo tipo espectral y presentan una semejanza de brillo, necesariamente la mas alejada tiene que ser mas luminosa que la otra.

ADAMS y KOHLSCHUTTER, pues, se dedicaron al examen de los espectros de las estrellas dobles y fue así como ellos constataron estos interesantes hechos: Algunas rayas espectrales de ciertos metales aparecen intensas en las estrellas de mayor luminosidad mientras que, en las estrellas menos luminosas, dichas rayas espectrales son débiles. Ellos constataron igualmente que, mientras esto ocurría para algunas rayas espectrales de ciertos metales, en otras rayas de metales se observaba un efecto contrario al anterior.

En lo que se refiere a las estrellas de gran luminosidad, se encontró enseguida que las rayas espectrales de fuerte intensidad son debidas a los átomos ionizados. En cuanto a las menos luminosas, sus rayas espectrales débiles son debidas a los átomos neutros. Se había llegado a encontrar, pues, una relación entre la intensidad de las rayas espectrales y la variación de la magnitud absoluta de las estrellas. Es por esta razón que, treinta años atrás, ADAMS y JOY se dedicaron entonces a la medida de magnitudes absolutas de un gran numero de estrellas, yendo todas ellas de la clase espectral F a la clase espectral M.

El criterio de luminosidad, basado sobre las medidas de las magnitudes absolutas gracias a datos que vienen de las rayas espectrales de los metales, no conviene a las estrellas mas recientes. La razón es que, en las estrellas de las primeras clases espectrales, las rayas debidas a los metales son siempre muy débiles y, además, muchas veces ellas están ausentes. Para las estrellas B, por otra parte, es difícil medir los paralajes. Estas estrellas, en efecto, están generalmente muy alejadas. Así, pues, se recurre en tales casos a la determinación de las magnitudes absolutas a partir de las rayas del hidrógeno.

Se llegó, por ^{estas} vías, a pensar que existía una relación entre la masa de una estrella y ciertas características espectrales de la misma. La existencia de tal relación quedó largo tiempo en la obscuridad, debido más que todo al hecho de que la determinación directa de la masa de una estrella era solamente posible en el caso de las estrellas dobles visuales o espectrocópicas, o aún en el caso de las variables a eclipses. Las dudas pudieron ser disipadas, sin embargo, gracias al descubrimiento de EDDINGTON de la relación entre la masa, la luminosidad y la temperatura superficial.

En el estado estacionario, según EDDINGTON, la luminosidad de una estrella debe ser siempre igual a la cantidad de energía producida por segundo en el interior de la estrella (La luminosidad es expresada en ergios/segundos). Por consiguiente, si se imagina una estrella poseyendo una masa dada y con una fuente determinada L (Esta L representa la luminosidad) repartida arbitrariamente en el espacio, según EDDINGTON tal estrella tenderá hacia una configuración, en la cual la presión gaseosa y la presión de la radiación hacen equilibrio a la atracción mutua y gravítica de las moléculas.

Es así como EDDINGTON llegó a la relación que es conocida desde entonces con el nombre de función de EDDINGTON. Esta función tiene la gran ventaja de que no se basa en ninguna hipótesis especial al respecto de un modelo del interior de una estrella. Otra cosa notoria es que, según dicha función, la temperatura de la estrella no desempeña más que un papel secundario. Es precisamente debido a esto último que se le conoce más con el nombre de relación masa-luminosidad.

La relación masa-luminosidad de EDDINGTON, sin embargo, no responde satisfactoriamente a la repartición característica de las estrellas en el diagrama RUSSELL-HERTZSPRUNG. Pero esto no es difícil de explicar. Nosotros llegaremos a ver, por medio del análisis de la Fig. I2, que la luminosidad de una estrella debe ser una función todavía más compleja, dependiendo a la vez de muchos factores. Dicho en ~~otros~~ términos, por una parte ella depende de la producción de la energía en el interior de la estrella pero, por otra parte, ella también depende de muchos problemas cosmogónicos.

Para facilitar nuestro análisis, comencemos por adoptar temporalmente las clases de luminosidad de MORGAN-KELLMAN-KEENAN. Este arreglo MKK se basa sobre el hecho de que, en un mismo tipo espectral, las estrellas se agrupan en diversas familias (Estos autores utilizaron en sus trabajos una dispersión bastante débil). El procedimiento tiene la ventaja de que se evita la determinación fastidiosa de las magnitudes absolutas correspondiendo a cada familia de estrellas.

Esto se adaptará temporalmente por el hecho de que, para otra oportunidad de la cual ya se hizo mención, la Fig. I2 será estudiada con mayores detalles en función de la Fig. 6. Dicho esto, el arreglo MKK es el que a continuación se expresa :

Luminosidad	Ia	: Supergigantes las más luminosas
Luminosidad	Ib	: Supergigantes las menos luminosas
Luminosidad	II	: gigantes luminosas
Luminosidad	III	: gigantes normales
Luminosidad	IV	: sub-gigantes
Luminosidad	V	: Estrellas de la secuencia principal.

Llevemos ahora, en el gráfico de la Fig. I2 de la página 74, a la pareja de valores $\log A$, $\log A'$ con el Cu de la página 24. La disposición triangular ha de ser como sigue : a) - La base del triángulo debe ser reservada a la cantidad Cu , puesto que va a desempeñar el papel de variable independiente. b) - El lado izquierdo debe ser atribuido

a la cantidad Log A , en forma de que sus valores negativos coincidan con aquellos de Cu . c) - El lado que queda entonces para Log A' debe tener una escala opuesta a aquélla de Log A , con el fin de respetar la definición contenida en la ecuación (2) de la página 38.

Nosotros obtendremos así, según los signos de cada uno de los valores en el triple $(\text{Cu}, \text{Log A}, \text{Log A'})$, el grupo de curvas indicado por las letras p y p' . En tales grupos faltan las curvas correspondientes a las clases de luminosidad II , Ib y Ia . Esto es debido a que los datos disponibles, para tales clases de luminosidad, son escasos en este momento mismo de redacción. Pero la Fig. 12 completa será dada en la parte final de este trabajo.

Así, pues, nosotros llegamos finalmente al número R_2 , que define la clase de luminosidad de las estrellas. Como podemos ver, este número es determinado por el triple $(\text{Cu}, \text{Log A}, \text{Log A'})$, por lo que podemos escribir

$$(39) \quad R_2 = \text{luminosidad} = f(\text{Cu}, \text{Log A}, \text{Log A'})$$

Se han utilizado, para el trazado de la Fig. 12, todos los datos correspondientes a las 120 estrellas que fueron mencionadas anteriormente. Se ha puesto en dicha figura, para continuar con los ejemplos ya vistos en las páginas 7, 8, 9, ..., 16, todos los datos contenidos en la Tabla I de la página 48.

Notemos que el grupo de curvas p y p' se componen de dos partes rectilíneas, con direcciones distintas, que están unidas por una curvatura muy pequeña. La primera parte rectilínea va de izquierda a derecha y, por cada clase de luminosidad, ella se va descartando poco a poco del eje r, s, t . Este descarte lento continúa hasta llegar a la clase de luminosidad V , la cual se presenta como un límite en la Fig. 12. El agrupamiento en familias de las estrellas hasta el número V , conforme fué hecho en el procedimiento MKK, no ha sido, pues, una cosa fortuita. La Fig. 12, que es un resultado de la Fig. 6, nos dice que no podemos esperar ir más allá.

Por otra parte, notemos también que el descarte de las partes rectilíneas que van de izquierda a derecha, o sea el descarte lento del eje r, s, t , no es otra cosa que cambios de pendiente sucesivos alrededor del punto s , razón por la cual éste último se presenta como un punto de recurrencia. Dicho punto, además, está definido por los valores $\text{Cu} = -10$, $\text{Log A} = -0.6$ y $\text{Log A'} = -0.350$, en lo que concierne la parte situada encima del eje r, s, t , así como también por $\text{Log A} = -0.6$, $\text{Log A'} = -0.1$ en lo que respecta la parte situada debajo de dicho eje.

En otros términos, en lo que se refiere a la parte situada encima del eje r, s, t , y en la dirección izquierda-derecha, el límite V está definido por $\text{Log A} = -0.6$ y por $\text{Log A'} = -0.350$. En cuanto a la parte situada debajo de dicho eje, y naturalmente en la misma dirección, el límite V está definido por $\text{Log A} = -0.6$ y por $\text{Log A'} = -0.1$. En consecuencia, el punto s es el vértice de un ángulo cuyo arco cubre el rango $-0.350 < \text{Log A'} < -0.100$.

Si examinamos ahora la Fig. 6 de la página 54, veremos enseguida que el rango $-0.350 < \text{Log A'} < -0.100$ es el que define exactamente la evolución, en la parte inferior de la Fig. 6, del último rollo de espirales que allí se encuentra. Y nosotros ya hemos visto que ese sector parece estar reservado a las estrellas muy frías. Esto explicaría entonces por qué EDDINGTON, cuando llegó a encontrar la relación que lleva su nombre, también encontró finalmente que, en la determinación de la luminosidad, la temperatura de la estrella no desempeña mas que un papel secundario.

?Cuál es el lugar donde el grupo de curvas cambia de dirección? /. La simple determinación gráfica, en la Fig. I2, nos indica rápidamente que eso ocurre en el lugar donde el triple $(Cu, \log A, \log A') = 0$. Esto quiere decir entonces que la posición del eje r, s, t está determinada por el valor del triple en ese lugar y por el punto s .

Alejándose del eje r, s, t hacia el límite V , las partes rectilíneas que van de izquierda a derecha se juntan de más en más al paso y a medida que nos acercamos al límite citado. Llega un momento en que ~~es~~ es difícil distinguir la clase de luminosidad IV de la V . Esto hace referencia, por supuesto, a la región izquierda-derecha que se encuentra entre el punto s y el valor del triple $(Cu, \log A, \log A') = 0$.

Se trata, pues, de la región donde la recurrencia se acentúa cada vez más al paso y a medida que nos aproximamos al punto s . En vista de que la temperatura no desempeña un papel ^{más} que simplemente secundario en la luminosidad, tal como nos lo ha demostrado el rango $-0.350 < \log A' < -0.1$ en la Fig. 6, no es pues de extrañar que, para las estrellas que se sitúan en dicha región, se haya tenido la impresión de ^{que} los valores diferentes en un mismo tipo espectral podrían estar estrechamente asociados con dicha luminosidad. Esta es la razón principal del por qué, en el procedimiento de JOHNSON, se hayan asimilado los diferentes valores del número "Q", para un mismo tipo espectral, a las clases de luminosidad.

Dé la misma manera, puesto que en esa región, cuando se avanza hacia s , es muy difícil distinguir una estrella de luminosidad IV de otra con luminosidad V , es ahora igualmente fácil de comprender por qué JOHNSON no encontraba diferencias significantes entre estas dos últimas clases de luminosidad. Nosotros ya sabemos, en efecto, que JOHNSON pasa directamente de la clase de luminosidad III a la clase de luminosidad V .

Quizás esto último podría quedar todavía un poco justificado si se trata siempre de la región comprendida entre s y $(Cu, \log A, \log A') = 0$. Pero, tal como lo vemos en la Fig. I2, de todas las maneras resulta ser un error la eliminación pura y simple de la clase de luminosidad IV . Sobretudo que, después del lugar donde ~~la~~ triple $(Cu, \log A, \log A') = 0$, las otras partes rectilíneas se separan demasiado con el cambio de dirección. El lector comprenderá ahora, pues, por qué se hablaba de coincidencia en el momento en que se discutía acerca de la comparación de las clases de luminosidad obtenidas por JOHNSON y las obtenidas en este trabajo.

Queda todavía por preguntar lo siguiente: ? Por qué la relación de EDDINGTON, tan excelente como ella es, no responde satisfactoriamente a la repartición característica de las estrellas en el diagrama tan conocido de RUSSELL-HERTZSPRUNG?

Sea L la luminosidad, en la notación de EDDINGTON, así como también, M la magnitud absoluta, μ la masa de la estrella y T la temperatura superficial de dicha estrella. Comparemos entonces la relación de EDDINGTON con el valor del triple en el lugar donde $(Cu, \log A, \log A') = 0$. Esto equivale entonces a comparar la relación mencionada con el valor particular de R_2 en ese lugar. Así tenemos, pues.

$$R_2 = \text{luminosidad} = f(Cu, \log A, \log A') = 0$$

$$L = f(M, \mu, T) = 0$$

Pero, como hemos dicho, ese valor particular de R_2 es el punto que va a fijar la posición, conjuntamente con s , del eje r, s, t . Nosotros, en resumidas cuentas, hemos también llegado a la relación de EDDINGTON con la diferencia de que, según la Fig. I2, nosotros demostramos que tal relación define ^{solamente} un estado de cosas. Siendo la relación de EDDINGTON incapaz de explicar los cambios de dirección después de tal valor particular, todas las explicaciones, al respecto del diagrama RUSSELL-HERTZSPRUNG, vienen ahora por sí solas.

Volvamos ahora a la Fig. 6 y examinémosla, de nuevo, yendo esta vez de abajo hacia arriba. Hemos visto ya que el rango $-0.350 < \text{Log } A < -0.1$ es el que define exactamente la evolución del último rollo de espirales que allí se encuentra. Debido al papel secundario que desempeña la temperatura, la evolución de los rollos espirales continúa siempre de una manera regular hasta el punto donde $\text{Log } A = -0.2$ y $\text{Log } A' = 0.2$.

Pero, mientras esto último ocurre, sucede al mismo tiempo que dichos rollos espirales se van haciendo de más en más densos al paso y a medida que nos alejamos del rango $-0.350 < \text{Log } A' < -0.1$. La variación de esta densidad es la responsable del cambio sucesivo de pendientes que se observa en la Fig. I2, es decir, ella es la responsable de la existencia de las varias rectas que representan las clases de luminosidad Ia, Ib, II, ..., V.

Por consiguiente :

La luminosidad de las estrellas es debido a las variaciones de la densidad de los rollos espirales en la Fig. 6. El eje r, s, t, corresponde a las estrellas supergigantes las más luminosas, las cuales constituyen la primera etapa de la variación indicada por la Fig. I2. Las estrellas de la secuencia principal constituyen, por su parte, el límite de dicha variación.

Aquí tenemos de nuevo la explicación, con todos sus detalles esta vez, del por qué la relación de EDDINGTON no podía dar con la repartición característica ya citada en el diagrama RUSSELL-HERTZSPRUNG. Habría sido necesario, en efecto, conocer los nuevos hechos que nos da la Fig. 6.

Nosotros habíamos dicho, por otra parte, que el grupo de curvas p, p' está constituido por dos partes rectilíneas, cuya unión es debida a una pequeña curvatura. Así, pues, hemos de hacernos estas dos preguntas :

- I) - ? ¿Cuál es el origen de la pequeña curvatura ? .
- II) - ? ¿A qué es debido su extensión ? .

Comparando las figuras 6 y I2, encontramos que :

- 1o) - La curvatura se produce cuando el triple $(\text{Cu}, \text{Log } A, \text{Log } A') = 0$.
- 2o) - Después del lugar donde $(\text{Cu}, \text{Log } A, \text{Log } A') = 0$, surge entonces un cambio de dirección en el grupo de curvas p, p'.
- 3o) - El origen de la pequeña curvatura en la Fig. I2 es debido a la "zona crítica" de la Fig. 6.
- 4o) - La pequeña extensión de la curvatura es debido a que, en la Fig. 6, la "zona crítica" ocupa ella misma una pequeña extensión que va solamente de $\text{Log } A = -0.2$; $\text{Log } A' = 0.2$ a $\text{Log } A = 0$; $\text{Log } A' = 0.35$.
- 5o) - El valor del triple $(\text{Cu}, \text{Log } A, \text{Log } A') = 0$ es debido al hecho de que, en la primera pareja de valores $\text{Log } A, \text{Log } A'$, tales valores son iguales pero de sentido opuesto. En la segunda pareja de valores, la cantidad $\text{Log } A$ es nula.
- 6o) - Los cambios de dirección, que encontramos en los grupos de curvas p, p' de la Fig. I2, corresponden al nuevo sector de espirales que se encuentran en la parte superior de la Fig. 6.

La recurrencia del número "R2", entre el lugar donde el triple se anula y el punto s, comenzó por ser constatada al curso del análisis de las figuras 3a y 3b de la página 40. Para aquel entonces, dicha recurrencia se presentaba bajo la forma

$$R_2 = f \left\{ (C_2/C_u) \left[(du/db) / (db/dv) \right] \right\}$$

Esta recurrencia ocurría cuando

$$(mag\ g_b / mag\ g_v) = (mag\ g_u / mag\ g_b)$$

$$(mag\ g_b / mag\ g_v) = 1.0$$

$$(mag\ g_u / mag\ g_b) = 0$$

$$(db/dv) \text{ y } (du/db) \text{ aumentaban}$$

$$(db/dv) \text{ y } (du/db) \text{ disminuían}$$

Ocurrió, sin embargo, que su desarrollo daba solamente una recta. Esta recta resultaba ser el eje r, s, t de la Fig. I2. En otras palabras, se había encontrado el mismo problema de la relación de EDDINGTON al respecto del diagrama RUSSELL-HERTZSPRUNG.

La definición de la verdadera naturaleza del número R_2 fué solamente posible ^{gracias} al trazado posterior de la Fig. 6.

Recordemos, una vez mas, que la adopción en grupos Ia, Ib, II, ..., V de MKK es solamente temporaria en este trabajo. El lector podrá comprender que, después de todo lo que se ha explicado al respecto de la Fig. I2, es necesario ~~definir~~ ^{definir} posteriormente al número R_2 ~~en~~ ^{mediante} expresiones cuantitativas. Es ésta una de mis propias intenciones en un estudio ulterior.

Digamos, en fin, que la Fig. I2 nos presenta quizás la oportunidad de estudiar, también, el caso de las estrellas conocidas bajo el nombre de **enanas blancas**. Por lo general, estas estrellas se encuentran entre las clases espectrales B5 y F0. Por otra parte, la intensidad luminosa de tales astros es siempre muy pequeña.

El análisis de la Fig. I2 parece dar indicios de que el punto s debe ser, probablemente, el lugar donde se situarían las **enanas blancas**. Yendo en la dirección derecha-izquierda, en efecto, y considerando de un modo particular al valor $C_u = -10.0$, se tiene la impresión de que en s deben situarse estrellas con intensidad luminosa bastante débil.

Resultados de la prueba final con los C_y, C_u , obtenidos por recurrencia

La prueba final, que fué comenzada en página 38, puede ser ahora aplicada a las estrellas variables de la Tabla I, en página 48. Lo único que debemos hacer, pues, es hacer lecturas en las figuras II y I2 mediante los datos contenidos en la Tabla I. Los resultados obtenidos, haciendo esto último, están contenidos en la Tabla II de la página 101. Nos queda entonces por decir que :

1o) - El descubrimiento astronómico, hecho en fotometría estelar, consiste en recurrencias manifiestas en la región azul del espectro.

2o) - Es incorrecto, debido a tales recurrencias, emplear ecuaciones lineales en los cálculos de ~~mag~~, (B-V) y (U-B).

3o) - Para trabajar correctamente en el sistema U, B, V , es necesario y basta con que C_y y C_u queden relacionados entre sí empleando un método tal como el de las transformaciones sucesivas, del cual se obtienen entonces las cantidades $\log A$ y $\log A'$.

4o) - Las cantidades $\log A, \log A'$ demuestran, en la Fig. 6 de la página 54, la verdadera evolución de las estrellas que corresponde a las recurrencias descubiertas.

Table II

Results of the final test with the E_y and E_u obtained by recurrence

HD number	R_1	R_2	HD number	R_1	R_2	HD number	R_1	R_2	HD number	R_1	R_2
63112	B9	<u>IV</u>	65875	B2	<u>III</u>	67880	B3	<u>V</u>	71906	B8	<u>III</u>
63655	B9	<u>IV</u>	66834	B3	<u>IV</u>	68099	B8	<u>III</u>	74217	B9.5	<u>III</u>
63975	B8	<u>IV</u>	66684	B9	<u>III</u>	68194	B9.5	<u>III</u>	74393	B8	<u>III</u>
64705	B8	<u>V</u>	66956	B9.5	<u>V</u>	69502	B9.5	<u>III</u>	74815	B8	<u>IV</u>
65241	B9	<u>III</u>	67140	B9.5	<u>III</u>	71072	B8	<u>III</u>	74604	B7	<u>III</u>
65396	B9	<u>III</u>	67725	B9.5	<u>V</u>	71518	B6	<u>V</u>	75333	B9	<u>V</u>
65804	B8	<u>III</u>	67797	B5	<u>III</u>	71554	B9	<u>III</u>	75357	B7	<u>III</u>

Table III

Formula suggested to compute the recurrences

$$I_{p,s,n}(a) = \int_0^{\infty} e^{-px} x^s K_n(ax) dx$$

- I) - $s=0$, n = variable, a is positive and: $p > -a$ and $p \neq 0$
- II) - $s=0$, n = variable, a is positive and $p = 0$
- III) - $s=0$, n = variable, $a=1$ and: $p > -1$ and $p \neq 0$
- IV) - $s=0$, n = variable, $a=1$ and $p = 1$
- V) - $s=0$, n = variable, $a=1$ and $p = 2$
- VI) - $s=1$, n = variable, a is positive and any p
- VII) - $s=1$, n = variable, a is positive and $p = 0$
- VIII) - $s=1$, n = variable, $a=1$ and any p
- IX) - $s=1$, n = variable, $a=1$ and $p = 1$
- X) - $s=1$, n = variable, $a=1$ and $p = 2$
- XI) - $s=2$, n = variable, $a=1$ and $p = 1$
- XII) - $s=3$, n = variable, $a=1$ and $p = 1$
- XIII) - $s=4$, n = variable, a is negative and any p
- XIV) - s = variable, $n=1$, a is negative and any p
- XV) - s = variable, $n=1$, $a=-1$ and any p
- XVI) - s = variable, $n=1$, $a=-1$ and $p = 2$

5o) - El análisis de la Fig. 6 ha dado como resultado al número RI, representado en la Fig. II de la página 73, y el cual aparece como ecuación general que define al tipo espectral de las estrellas.

6o) - El mismo análisis ha dado también el segundo número R2, representado en la Fig. I2 de la página 74, el cual define con exactitud, en el sistema U,B,V, la clase de luminosidad de dichas estrellas.

7o) - El descubrimiento de las recurrencias en la región azul del espectro, en fin, requiere que ciertas concepciones admitidas, al respecto de la evolución de las estrellas, sean por consiguiente modificadas o, quizás, algunas de ellas revisadas completamente.

En resumidas cuentas, pues, el tipo espectral es dado por una función cuya naturaleza es bastante compleja. La clase de luminosidad, de su lado, es determinada por una función de tres variables, que están ellas mismas relacionadas entre sí. En resumen, entonces, podemos escribir :

$$(40) \quad \left\{ \begin{array}{l} R_1 = f [C_y, \log A, \log A', (B-V)_0, (U-B)_0] \\ R_2 = f (C_u, \log A, \log A') \end{array} \right.$$

Las soluciones de la primera función es dada por la ecuación (38) mientras que la segunda necesita, partiendo de la forma definida por la ecuación (39), un desarrollo matemático mucho más extendido todavía. Esto último es debido a la naturaleza de la cantidad C_u , cuyo papel, en el sistema U,B,V, no había sido puesto bien en claro hasta el presente.

A este respecto, justamente, y puesto que la cantidad C_u nos conduce a las recurrencias ya citadas, yo pienso que sería muy útil un estudio de éstas últimas mediante el empleo de la integral que es dada por la Tabla III. Esa integral, como se sabe, es muy utilizada en Astrofísica para el desarrollo de la teoría del equilibrio radiativo de las atmósferas estelares.

A. UNSÖLD, en su libro "Física de las Atmósferas Estelares" (cuyo título en alemán es : Physik der Stellaratmosphären), da un desarrollo del logaritmo exponencial K_n (integraexponentialfunktionen) y, mediante integraciones sucesivas, llega a una de las formas más corrientes de la integral ya mencionada. Pero, esta última, sin embargo, puede sufrir numerosos desarrollos pudiéndose contar hasta un total de 16 casos, los cuales son brevemente citados en la Tabla III.

Asimilar todas las recurrencias vistas en este escrito, con la integral de la Tabla III y sus numerosos casos, es sin duda un trabajo muy duro pero, ciertamente, muy interesante también. Esto es una de las tareas que se hará en el estudio ulterior que fue citado.

En las páginas siguientes se darán los resultados de todas las observaciones hechas en el Pico de Infiernillo, Méjico. La presentación de tales resultados, como ya se dijo, será siempre igual a aquella de las páginas 60, 61, 62 y 63. Esto será hecho así con los dos fines siguientes :

a) - Respetar, por una parte, el procedimiento clásico que se utiliza hasta el presente en el sistema U, B, V.

b) - Comparar los resultados obtenidos mediante dicho procedimiento, por otra parte, con los obtenidos mediante las recurrencias descubiertas. Esto último nos permitirá, en las conclusiones, demostrar más satisfactoriamente todo el contenido de los últimos siete puntos citados más arriba.

PAN AMERICAN COLLEGE LIBRARY
EDINBURG, TEXAS

For Reference
NOT TO BE TAKEN FROM THIS ROOM



PAN AMERICAN UNIVERSITY LIBRARY
EDINBURG, TEXAS 78539

PAN AMERICAN COLLEGE LIBRARY
EDINBURG, TEXAS

LRG-V

QB135 .R6
Rojas, Hector R. 010101 000
The spectral classification of



0 1161 0027673 6

PAN AMERICAN UNIVERSITY

11

11 11 11 11 11 11 11 11 11 11
61285 61285 61285 61285 61285 61285 61285 61285 61285 61285